BULLETIN N° 110
ACADÉMIE EUROPEENNE INTERDISCIPLINAIRE DES SCIENCES

<u>Séance du Mardi 12 décembre 2006</u>

« *Réflexions croisées sur l'émergence* »
par nos Collègues Gilbert BELAUBRE, Alain STAHL
et Michel GONDRAN

<u>Prochaine séance : le Mardi 9 janvier 2007</u>

Conférence du Pr. Jean-Paul DELAHAYE
« *Complexité aléatoire, complexité organisée* »

ACADEMIE EUROPEENNE INTERDISCIPLINAIRE DES SCIENCES
FONDATION DE LA MAISON DES SCIENCES DE L'HOMME

Décembre 2006

N°110

TABLE DES MATIERES

Prochaine séance : Mardi 9 janvier 2007,
MSH, salle 215-18heures
Conférence du Pr. Jean Paul DELAHAYE
«Complexité aléatoire, complexité organisée »

ACADEMIE EUROPEENNE INTERDISCIPLINAIRE DES SCIENCES

Fondation de la Maison des Sciences de l'Homme, Paris.

Séance du
Mardi 12 décembre 2006

Fondation de la Maison des Sciences de l'Homme, salle 215, à 18 h.

La séance est ouverte à 18 h. 00 sous la Présidence de Michel GONDRAN et en la présence de nos collègues Gilbert BELAUBRE, Bruno BLONDEL , Gilles COHEN-TANNOUDJI, Irène HERPE-LITWIN, Gérard LEVY, Jacques LEVY, Pierre MARCHAIS, Jean POIRIER, Alain STAHL

Etaient excusés : François BEGON, Noëlle CAGNARD, Alain CARDON , Jean-Pierre FRANCOISE, Marie-Louise LABAT, Victor MASTRANGELO, Pierre SIMON

I) Informations générales

Notre Président nous fait part de la joie qu'il a éprouvée lors de sa visite à Nice à l'occasion du Colloque animé par notre Collègue le Doyen René DARS le 1er décembre 2006 . Le Colloque, intitulé ***« LES CLIMATS DE LA TERRE AU COURS DES TEMPS »*** s'est tenu au Centre Universitaire Méditerranéen (CUM). Ont été présentés les thèmes suivants :

- « Y ***a-t-il une relation entre le champ magnétique et le climat*** » par Vincent COURTILLOT, membre de l'Institut
- « ***Les grands changements climatiques ; les leçons du passé*** » par Nicole PETIT-LEMAIRE, Directeur de Recherches émérite au CNRS
- « ***Scénarios climatiques futurs ; l'apport des modèles et leurs limites*** » par Hervé LE TREUT, membre de l'Institut
- « ***L'escroquerie intellectuelle du XXIème siècle*** » par Claude ALLEGRE, ancien Ministre, membre de l'Institut

Les interventions des conférenciers ont été suivies d'une très intéressante discussion animée par le Professeur Jean AUBOUIN , ancien Président de l'Académie des Sciences.

II) Réflexions croisées sur l'émergence

Les réflexions de nos Collègues ont été principalement basées sur les définitions de l'émergence, les problèmes très connexes de la complexité , en s'appuyant sur leur lecture de « ***Le Quark et le Jaguar*** » de Murray GELL-MAN et l'analyse des travaux de René THOM et des principaux articles d'un numéro hors-série de la revue « ***SCIENCES ET AVENIR*** **»** consacré à « ***l'Enigme de l'émergence*** ».

Les principaux articles de cette revue sont :

- « ***Ni vitalisme ni réductionnisme ! »*** un entretien avec Elliott SOBER
- « ***Qu'est-ce que l'émergence*** ? » Par Hervé ZWIRN
- « ***Le jeu de la vie*** » par Jean-Claude HOUDIN
- « ***Un ordre humain, trop humain*** » par Jean-Jacques KUPIEC
- « ***Le mécanisme « Bottom-up*** » par Grégoire NICOLLS
- « ***Le Chaos collectif*** » par Hugues CHATE
- « ***La hiérarchie enchevêtrée*** » par Paul-Antoine MIQUEL
- « ***La complexité organisée*** » par Jean-Paul DELAHAYE
- « ***L'apparition de la vie*** » par Marie-Christine MAUREL
- « ***La révolution morphologique*** » par Alain BOUTOT
- « ***L'émergence statistique*** » par Anouk BARBEROUSSE

Principales interventions

A) **Gilbert BELAUBRE** :

Un des premiers problèmes auquel on se heurte est celui de la définition de la notion d'émergence :

- On peut parler d'émergence lorsqu'il apparaît une propriété nouvelle mais selon les a priori des uns ou des autres cette propriété nouvelle peut s'expliquer ou non par les propriétés des parties (réductionnisme versus holisme, problème du tout et de la somme des parties…) .
- Existe-t-il vraiment deux types d'émergence, l'une synchronique et l'autre diachronique ? La différence entre elles n'est-elle pas liée à nos capacités de perception, à notre définition de la durée et à notre simple modélisation?

Néanmoins la notion d'émergence serait caractéristique de niveaux d'organisation entre lesquels on pourrait construire des passerelles.

En vue du futur colloque , il proposerait comme têtes de chapitre :

1) Les Systèmes dynamiques non linéaires (SDNL) comprenant les théories du chaos, les phénomènes économiques et sociaux
2) Une analyse des théories de René THOM dont il ne partage pas nécessairement la vision ontologique des formes s'imposant à la nature
3) Une analyse des modèles cellulaires proposés par KUPIEC et LAFORGE plutôt qu'une prise en compte des modèles d'automates cellulaires.

Par ailleurs il lui semblerait opportun d'envisager :

1)Une application des fractales dans les phénomènes émergents
2)Une étude sérieuse sur l'épistémologie du darwinisme
3) De convier au congrès un certain nombre d'auteurs de la revue ainsi que Dominique LAMBERT auteur de « Comment les pattes viennent aux serpents »

B) **Alain STAHL**

Notre Collègue a largement abordé le problème de l'émergence[1] dans son livre « ***SCIENCE ET PHILOSOPHIE - Rivales, étrangères ou complémentaires*** » paru en 2004 chez Vrin ; selon lui, il y aurait deux types de sciences :

- les sciences du type de la physique statistique comportant une émergence synchronique, n'impliquant aucune historicité et donc non liées au temps..
- les sciences du type de l'évolution des espèces en biologie impliquant une durée des remaniements organisationnels et produisant une émergence diachronique .

Il lui semblerait également qu'il existerait deux problèmes au niveau **de la définition de l'émergence qui pourrait résulter ou non de manière prédictible de l'état précédent (conception réductionniste ou non).** Cette coupure correspond à la différence entre les sciences « physiques » et « biologiques » fondées sur des a priori différents même si le prix Nobel de Physique LAUGHLIN oppose réductionnisme et émergence.

C) **Gilles COHEN-TANNOUDJI**

Notre Collègue, très impliqué dans les problèmes de la complexité, voit dans l'émergence le surgissement de nouveautés « *inexpliquées* » comme certaines brisures de symétrie ou comme l'apparition des concepts de champs, de particules, de cohérence –décohérence, d'agraindissement, et même d'espace et de temps en physique fondamentale. Il nous recommande par ailleurs, la consultation du site web de Murray GELL-MANN, auteur de « Le quark et le jaguar », sur la complexité :

http://www.santafe.edu/~mgm/complexity.html

Il nous suggère également de convier au congrès un certain nombre d'auteurs de la revue ainsi que Dominique LAMBERT auteur de « Comment les pattes viennent aux serpents » qui participera à **la journée qu'il organise à la BNF dans le cadre de « Physique et Interrogations fondamentales » sur «** ***la Plasticité*** **» le 28 mars 2007.** Nous sommes tous conviés à assister à cette manifestation.

Pour conclure notre Président déclare que le Congrès sur l'émergence devrait avoir lieu soit fin 2007, soit début 2008.

Après ce riche débat, la séance a été levée à 20heures.

Bien amicalement à vous.

Irène HERPE-LITWIN.

[1] Voir dans le bulletin n°109 l'article de notre Collègue

Documents

Le problème de l'émergence étant lié à celui de la complexité , nous vous proposons deux articles de Jean-Paul DELAHAYE, conférencier du 9 janvier 2007 décrivant ces deux aspects distinctifs de la complexité, le premier étant plus facile d'accès, le second plus exhaustif.

P . 7 : « *LA COMPLEXITE ORGANISEE* » *Hors-Série Sciences et Avenir « l'Enigme de l'émergence » juillet –août 2005*

P .13 : *« LA COMPLEXITE-PRISE DE VUE» un projet d'article de Jean-Paul DELAHAYE à paraître dans Encyclopedia Universalis*

En complément nous vous proposons également:

P .27: « *L'ARCHITECTURE DE LA COMPLEXITE : SUR LES SYSTEMES HIERARCHSES* » Chapitre 8 de l'ouvrage de Paul SIMON, « *LES SCIENCES DE L'ARTIFICIEL* »

LA COMPLEXITE ORGANISEE

Par Jean-Paul DELAHAYE
Professeur à l'Université des Sciences et Technologies de Lille
Chercheur au laboratoire d'Informatique fondamentale de Lille, CNRS UMR 8022

SCIENCES ET AVENIR : L'ENIGME DE L'EMERGENCE
Hors –Série Juillet/Août 2005

Si la notion d'émergence innovatrice est liée à celle de la complexité, alors la première gagnerait à être comprise à l'aune du concept de complexité organisée que la théorie du calcul permet de définir mathématiquement.

L'émergence peut être celle d'un ordre élémentaire sans structure : si l'on range une grosse piles de livres par tailles, apparaissent - émergent – sur les rayons de la bibliothèque des séries homogènes d'ouvrages publiés dans une même collection ou par un même éditeur. Autre exemples ; ensemencés par un microcristal, des atomes en vrac s'organisent et font surgir –émerger – une régularité géométrique parfaite où chaque atome trouve sa place. L'émergence peut aussi être celle d'un objet finement structuré s'imposant à une confusion initiale : du tas de feuilles en décomposition surgit un champignon inattendu ; des mouvements non coordonnés des molécules à la surface de la Terre il y a troooois milliars d'années naissent – émergent – les premières formes autoréplicatrices, qui deviennent plus tard des cellules vivantes, puis des êtres d'une infinie variété.

Ces deux types d'émergence ne doivent pas être confondus. Dans le premier, que nous appellerons *l'émergence triviale*, rien de nouveau ne se passe vraiment : le chaos s'efface, mais pour laisser place à une structure pauvre, répétitive , sans contenu véritable. Le second type*, l'émergence innovatrice*, ressemble à une création ; c'est lui qui pose problème et constitue le mystère qui défie les sciences de la complexité.

Afin de comprendre la nature profondément différente de ces deux types d'émergence, il faut cesser d'opposer trop naïvement *simplicité* et *complexité.* Car au simple s'opposent en fait deux sortes de complexité, que la théorie algorithmique de l'information a réussi à définir proprement- c'est-à-dire mathématiquement -, mettant fin à une confusion ancienne et désastreuse. Il s'agit de la *complexité aléatoire* et de *la complexité organisée.*

Cet éclaircissement résulte des progrès de la théorie du calcul – ou théorie de la calculabilité – née dans la décennie 1930 des travaux de Kurt Gödel, Alonzo Church et Alan Turing. En proposant une définition claire de la notion d'algorithme , la logique mathématique s'est donné l'outil qui lui a permis de démontrer l'insolubilité de certaines questions par un procédé fini – c'est l'indécidabilité de l'arrêt d'un programme , et de la multitude de résultats analogues qui ont suivi. Elle a de plus fondé une science théorique de l'information qui s'est révélée d'une efficacité surprenante pour l'élucidation de de questions aussi délicates que celle de l'opposition simple/complexe ou celle plus délicate encore , de l'opposition complexité aléatoire/complexité organisée. Bien informé des avancées de la nouvelle science du calcul, Alexeï Kolmogorov en Union Soviétique propose au milieu des années 1960, en même temps que Gregory Chaitin aux Etats-Unis, de définir la complexité d'un objet fini Ob – un nombre entier, une suite finie de 0 et de 1 , un fichier informatique, une image numérisée …- par la taille du plus petit programme capable de le produire : K(Ob) =taille en nombre de chiffres binaires du plus cort programme Pr qui, lorsqu'il calcule, produit par exemple en l'imprimant à l'écran – l'objet Ob.

Une telle définition dont on démontre moyennant quelques précautions qu'elle est peu sensible au langage utilisé pour écrire les programmes, permet d'une façon parfaitement rigoureuse et cohérente de dire qu'une image toute blanche d'un million de pixels est plus simple que l'image d'un million de pixels d'un arbre ou d'un paysage urbain. L'image toute blanche est produite par un court programme du type « pour chaque numéro de ligne *i* , pour chaque numéro de colonne *j*, imprimer un pixel blanc en position (*i,j*) ». En revanche, l'image de l'arbre ne peut être produite que par un programme qui contient en lui la donnée des diverses branches feuilles, aspérités du tronc, etc., ce qui en fait un programme long. : pour un million de pixels noirs ou blancs il faut au moins 10 000 chiffres binaires. Le pire des cas est l'image parfaitement mélangée de points noirs ou blancs, car alors le programme minimal en longueur pour produire l'image d'un million de pixels a lui-même une longueur d'un million de chiffres binaires : le hasard ne se résume pas.

Calculer K(Ob) est bien souvent très difficile, et l'on démontre même que la fonction Ob→ K(Ob) n'est pas *calculable* : aucun algorithme ne sera jamais en mesure de déterminer exactement la complexité de Kolmogorov K(Ob) de tout objet Ob. En pratique, cela ne signifie pas qu'on ne fait rien du concept de comlexité de Kolmogorov, mais qu'il faut accepter de mesurer cette complexité de manière approchée. Les algorithmes de compression de données sont alors d'excellents outils : la taille de la version comprimée d'une image est une valeur approximée de la comlexité de Kolmogorov de cette image. Ce sont d'ailleurs les algorithmes de compression sans perte, c'est-à-dire permettant la reconstitution exacte de l'objet initial, qui sont utilisés avec un succès étonnant par divers chercheurs dont Paul Vitanyi dans les méthodes de classification automatique –de textes, de musiques, de séquences génétiques,etc. – fondées sur la complexité de Kolmogorov.

Deux mesures de la complexité. Selon que l'on s'attache à la taille du programme minimal permettant de décrire un objet ou bien au temps de calcul qui lui est nécessaire, on définit soit la complexité aléatoire (Kolmogorov), soit la complexité organisée (Bennett).

La complexité de Kolmogorov K(Ob) d'un objet Ob mesure son contenu incompressible d'information, son désordre, son « aléatoirité ». Grâce à cette notion mathématique parfaitement précise dès lors qu'on s'est fixé le langage de référence pour écrire les programmes, les notions vagues d'objets simples et d'objets complexes prennent un sens technique dépourvu de toute ambiguïté, lequel a été utilisé pour l'élaboration de certaines démonstrations mathématiques et pour la formulation – par Wojciech Zurek en 1990 – d'une nouvelle analyse de l'entropie en physique statistique.

Cependant, la complexité considérée ici est seulement celle qui est donnée par le désordre d'un mélange ne produisant rien de nouveau : c'est la complexité du détail d'un tas de sable, c'est la complexité des résultats d'une suite de tirages à pile ou face ; ce n'est donc pas la complexité d'un organisme vivant, ni celle d'une ville ou d'une puce électronique, ni celles des décimales d'un nombre comme π ou √2, lesquelles suivent les règles précises ne devant rien au hasard. La complexité aléatoire mesurée par K(Ob) est la complexité d'un désordre sans règles , elle ne dit rien de l'autre complexité : la complexité organisée, la richesse en structures et sous-structures que l'on trouve dans les organismes vivants, les organisations sociales et les machines de toutes sortes inventées par l'homme. Comment formuler une définition mathématique qui soit pour la complexité organisée ce que la complexité de Kolmogorov est pour la complexité aléatoire ?La chose a paru un temps impossible , jusqu'à ce que le physicien américain Charles Bennett, très au fait du calcul et connaissant le concept de complexité de Kolmogorov, propose une définition complémentaire de celle de Kolmogorov. Dans la définition de K(Ob) , on ne s'occupe pas du temps de calcul des programmes considérés mais seulement de leur taille – en nombre de symboles binaires. L'idée de Bennett est de prendre en compte la durée de calcul, mesurée par le nombre de pas élémentaires de calcul. L'idée la plus naturelle est de regarder le programme le plus rapide qui produit un objet Ob , comme on a considéré le programme le plus court qui produit Ob. Cette idée ne fonctionne pas, à cause des programmes triviaux du type print « 00100010011 » qui s'appliquent à tout . La solution de Bennett consiste à considérer le temps de calcul du plus court programme qui produit Ob. Ce temps de calcul s'appelle la ***profondeur logique*** de Ob. On la note P(Ob) = temps de calcul , mesuré en nombre de pas de calcul, du plus court programme Pr qui, lorsqu'il fonctionne produit - par exemple en l'imprimant à l'écran- l'objet Ob.

La profondeur logique d'une image toute blanche et celle de l'image d'un nuage de points aléatoires sont toutes les deux faibles : ce sont des images d'objets sans richesse de structure, sans contenu authentique en information. En effet, le plus court programme exploite les propriétés particulières de l'objet que l'exécution de ce plus court programme déplie, ce qui requiert de nombreuses étapes de calcul. Dans de tels cas, le passage du plus court programme à l'objet n'est pas la simple exécution d'un print , mais le parcours d'un chemin computationnel, riche en boucles récursives, en appels à des sous-procédures, etc. (lire ci-dessus, « Une typologie de la complexité »).

Peut-être la proposition de Bennett n'est elle pas une proposition ultime, et il se peut que la notion de complexité organisée soit à nouveau formalisée sur d'autres fondements ou en enrichissant l'idée de Bennett –une possibilité d'évolution guère envisageable pour la complexité de Kolmogorov, qui, elle, est une proposition définitive . Il n'en reste pas moins que la notion de profondeur de Bennett dispose d'arguments de poids en sa faveur, le plus sérieux étant la loi de croissance lente , qui ramène au concept d'émergence.

Lors du déroulement d'une dynamique, la complexité de Kolmogorov peut varier brusquement . En jetant un verre de cristal au sol , on passe ainsi d'une complexité de Kolmogorov faible à une complexité assez forte : le détail des morceaux brisés a soudain accru la complexité aléatoire-donnée par K – de l'objet. Par contre, et c'est ce que Bennett a appelé a appelé ***loi de croissance lente*** :

a) la profondeur logique P(Ob) ne croît jamais brusquement dans un univers déterministe ;
b) dans un univers indéterministe, la profondeur logique d'un objet ne croît brusquement que dans des cas très rares – impossibles en pratique -.

Ces résultats qui sont des théorèmes dans la théorie développée par Bennett , satisfont les demandes de notre intuition : un objet richement structuré et organisé ne peut pas sortir de rien, instantanément, mais demande un long processus d'interactions entre ses divers éléments , c'est-à-dire une sorte de calcul prolongé et cumulatif. La profondeur logique de Bennett mesure la quantité de calcul fixée dans un objet ; c'est une mesure du contenu computationnel de l'objet, une mesure de la longueur de la dynamique qui y a donné naissance.

L'émergence d'un objet profond ne peut pas être brusque, alors que dans certaines situations l'apparition d'un objet complexe - au sens de la complexité de Kolmogorov – se produit instantanément. ***L'émergence triviale*** que nous mentionnions au début correspond au passage d'un objet complexe au sens de la complexité de Kolmogorov – à un objet simple par substitution d'un ordre simple à un aléa sans structure. Dans l'émergence triviale, on passe d'un K fort à un K faible, mais P ne change pas , pour l'essentiel. Dans ***l'émergence innovatrice*** en revanche, K ne varie pas nécessairement , mais P augmente, ce qui marque la trace d'un phénomène créatif engendrant des structures non triviales, des organisations fonctionnelles complexes - mais pas arbitraires - , un véritable contenu structurel.

Parfois l'émergence innovatrice apparaît comme marquée par des transitions rapides, comme si tout à coup quelque chose de nouveau surgissait de rien. C'est que la richesse en contenu structuré - mesurée par P – d'un objet n'est pas forcément évidente à nos yeux : nous n'avons pas de détecteurs de profondeur de Bennett – lesquels pas plus que les détecteurs de complexité Kolmogorov, ne peuvent exister dans l'absolu. L'émergence innovatrice brusque n'est que la marque de nos insuffisances perceptives. : c'est fondamentalement une illusion : il faut laisser à P le temps de croître, et cette croissance n'est jamais brusque. L'émergence innovatrice est progressive ; si on la découvre parfois soudainement , c'est qu'elle fait apparaître dans les objets des signes particuliers qu'on a la capacité de voir, alors que l'instant d'avant , lorsque P avait une valeur proche, on ne percevait rien. L'exemple le plus simple est celui du tas de feuilles en décomposition dont surgit brusquement un champignon. Le champignon était en fait présent – peut-être sous la forme d'une spore , qui détenait en elle toute la structure à venir du champignon. L'apparition du champignon n'est pas l'apparition de la complexité organisée , mais d'une de ses manifestations perceptible par nous ; le véritable processus ayant conduit au champignon - la véritable émergence – est lui, ancien, progressif lié à l'évolution biologique sur Terre (lire, ci-dessus ***« une typologie de l'émergence »***).

Il est vraisemblable que la présence de propriétés avancées dans les objets est liée , en partie au moins, à la valeur de P. Il est possible d'imaginer qu'en deçà de certaines valeurs de P l'intelligence est impossible. Peut-être qu'une fois un autre seuil franchi la conscience apparaît , etc. La théorie de la calculabilité n'est pas en mesure aujourd'hui de démontrer de telles affirmations ; du moins en rend-elle l'idée exprimable dans un cadre cohérent et formel , ce qui représente une réelle avancée et offre une perspective de travail grâce à la formulations d'objectifs et de schémas théoriques précis.

Les sortes de transitions de phase lors du processus d'accroissement de la profondeur doivent être analysées, une tâche difficile qui appelle la coopération d'une multitude de disciplines. On peut sans doute défendre que ces transitions de phase – dont chacune serait caractérisée par une valeur de seuil pour P – méritent également le nom d'émergence. Il s'agirait d'un troisième type d'émergence. Evitons cependant le romantisme de l'émergence ! Rien ne se crée à partir de rien, cela est vrai du contenu computationnel - mesuré par P – comme de la matière et de l'énergie. Le concept de contenu en calcul attaché à P - et que les chercheurs ajouteront peut-être un jour aux concepts fondamentaux de la physique : masse, énergie, temps , force …est aujourd'hui très délicat à mettre en œuvre concrètement , à cause des phénomènes d'indécidabilité. Néanmoins, en posant un nom et une idée mathématique sur ce qui croît lorsque des formes plus riches , plus organisées, plus finement structurées émergent, c'est un pas important qu' a franchi

Charles Bennett dans la construction du nouveau rationalisme qu'appellent les sciences de la complexité. Même si parfois les points de vue déduits de la théorie de la calculabilité et les perspectives qu'elle offre sont perçus comme réductionnistes, ils font surgir une vision nouvelle et pleine de promesses d'un monde où l'épanouissement computationnel est le cœur des processus d'émergence dont nous sommes à la fois les objets , les témoins et les acteurs.

Une typologie de la complexité

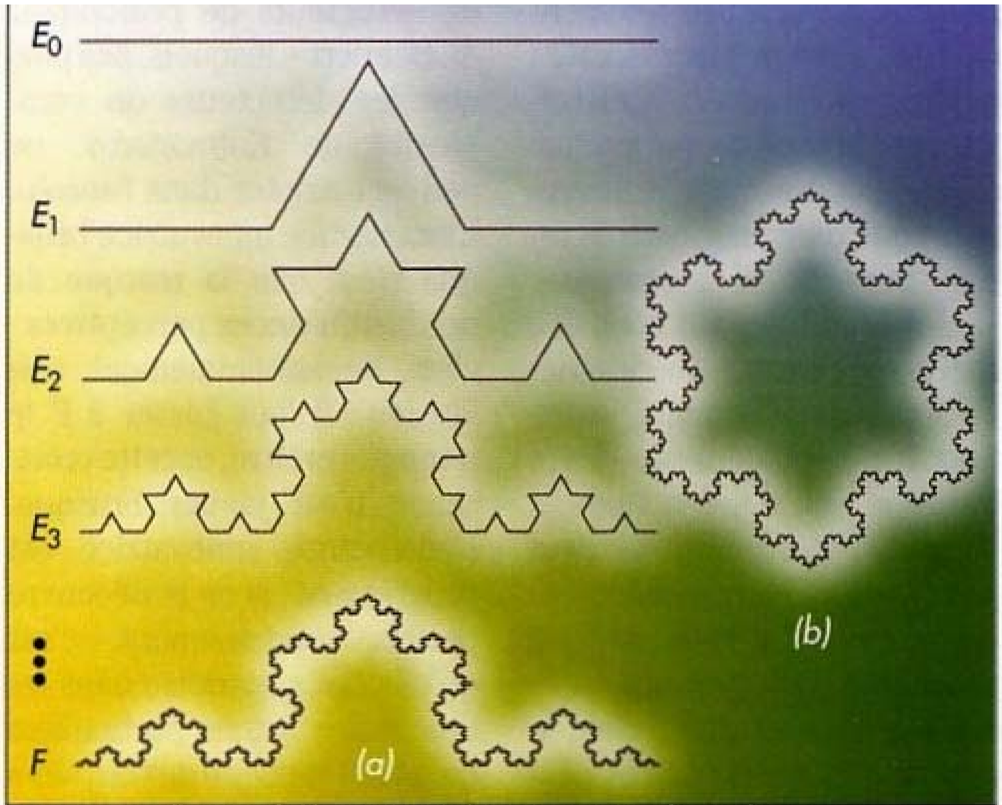
Un objet simple est un objet que l'on peut décrire entièrement en peu de mots. De cette idée naît celle de la complexité de Kolmogorov : un objet simple est un objet produit par un programme court. Soit une image toute blanche (Im1) simple et une image occupée par un motif répétitif (Im2) , simple aussi . Le K de Im1 est très petit ; celui de I32 assez petit . Les objets complexes sont ceux que l'on ne peut décrire brièvement. Il faut cependant distinguer la complexité aléatoire : une image entièrement composée de points au hasard , et la complexité organisée : l'image d'une puce électronique , d'une ville, d'un être vivant. La complexité organisée est la marque que porte un objet attestant qu'il a été produit par un long processus d'élaboration ou de calcul . La complexité aléatoire est mathématiquement mesurée par la complexité de Kolmogorov ; La complexité organisée par la profondeur logique de Bennett. Les êtres vivants évolués, - tels les mammifères – portent des traces des deux types de complexité. La structure de l'être vivant, dont l'essentiel est tiré du génome, appartient à la complexité organisée. Le « calcul » y a donné naissance est celui que l'évolution darwinienne a effectué de manière indirecte pendant des centaines de millions d'années . La partie aléatoire de la complexité d'un être vivant évolué est ce qui fixe par exemple l'emplacement précis des cheveux ou des vaisseaux sanguins. Et qui dans le détail n'est pas d »duite de l'information génétique. En négligeant la complexité organisée contenue dans le cerveau et provenant de l'apprentissage, on pourrait dire que des vrais jumeaux portent en eux-mêmes le contenu en complexité organisée et diffèrent fortement quant à leur complexité aléatoire.

Une typologie de l'émergence

La distinction entre la complexité aléatoire mesurée par la complexité de Kolmogorov, et la complexité organisée, mesurée par la profondeur logique de Bennett, permet de classifier les divers phénomènes d'émergence. ***L'émergence triviale*** . – C'est ce qui se passe lorsqu'un milieu aléatoire s'organise selon un schéma simple et répétitif. De la complexité aléatoire disparaît – K diminue -, mais aucun contenu profond n'apparaît - P reste faible. Ainsi dans le phénomène de cristallisation, un certain désordre s'efface, maispour laisser place à une sorte d'uniformité structurelle peu intéressante. ***L'émergence innovatrice .*** – Lors d'un long processus évolutif ou dynamique, dans certains cas particuliers, des éléments s'organisent, s'amalgament, établissent des relations stables et complexes. Là où il n'y avait que désordre sans contenu – des objets possédants éventuellement une forte complexité de Kolmogorov , mais n'ayant qu'une faible profondeur logique de Bennett -, s'installe de la complexité organisée.

Exemple : l'apparition de la vie sur Terre ou le déroulement d'un algorithme qui fait apparaître à l'écran un objet fractal.

L'illusion perceptive d'émergence - . Nos sens , incapables de mesurer la complexité de Kolmogorov et d'évaluer la profondeur logique de Bennett, créent l'illusion d'une émergence à partir d'un substrat originellement sans complexité véritable – par exemple le développement d'une plante à partir d'une graine cachée . L'émergence véritable est ici la naissance de la graine, dont le long processus de calcul se confond avec l'évolution biologique sur Terre, et non le simple déploiement de l'information génétique contenue dans la graine , lequel conduit en quelques jours ou quelques heures à une plante.



Les fractales allient une faible complexité aléatoire à une grande complexité organisée. La courbe de von Koch (a) s'obtient en divisant un segment quelconque en trois parties égales et en remplaçant la partie centrale par deux côtés d'un triangle équilatéral ayant celle-ci pour base – cela répété à l'infini. L'île de von Koch (b) relie trois de ces courbes.

LA COMPLEXITE : PRISE DE VUE

Par Jean-Paul DELAHAYE
Professeur à l'Université des Sciences et Technologies de Lille
Chercheur au laboratoire d'Informatique fondamentale de Lille, CNRS UMR 8022

La théorie de la calculabilité est née entre 1930 et 1936 des travaux de Kurt Gödel, Alonso Church et Alan Turing. Elle définit des modèles de calcul —dont la *machine de Turing*— et précise les concepts de *fonction calculable* ou *fonction récursive* (voir article *Récursivité*). Son développement s'est poursuivi dans les décennies suivantes donnant aux mathématiciens et aux logiciens une famille d'outils remarquables (*machine universelle*, degrés de calculabilité, classes des *fonctions primitives récursives et récursives*, etc.) qui constitue le socle sur lequel l'informatique théorique s'est développée depuis.

En 1965, ces outils conduisent à la formulation par le mathématicien Andrei Kolmogorov, d'une définition de *la complexité d'un objet fini*, définition à la fois générale et puissante à l'origine d'autres idées théoriques importantes utilisées aujourd'hui par les physiciens, les épistémologues, les psychologues et les biologistes. Des applications inattendues de cette définition de la complexité ont été proposées dans le domaine de la classification.

Cette première définition de la complexité —*complexité de Kolmogorov*— a été complétée un peu plus tard par une définition surprenante —*la profondeur logique de Bennett*— qui permet de comprendre et de formuler en termes mathématiques précis l'opposition naturelle entre *complexité aléatoire* et *complexité organisée*. C'est à ces définitions fondamentales aussi bien sur le plan scientifique que philosophique qu'est consacré cet article au cours duquel nous mentionnerons aussi les *classes de complexités* P, NP et PSPACE objets de conjectures particulièrement délicates.

Nous présenterons ce domaine en menant ce qu'on pourrait appeler une *analyse conceptuelle* décrivant le passage d'une idée intuitive et vague, à une série de définitions mathématiques puissantes et possédant un champ étendu d'applications théoriques et pratiques.

1. Deux notions opposées de complexités

Il ne fait pas de doute que la suite de 50 chiffres décimaux :

`00000000000000000000 000000000000000 000000000000000`

est plus *simple* que cette autre suite de 50 chiffres décimaux :

`26535897932384626433832795028841971693993751058209`

Ce qui n'est pas *simple* est *complexe* et donc, tout le monde s'accordera pour affirmer que la seconde suite est plus *complexe* que la première. Cependant, le mot « complexe » recouvre deux idées bien différentes : « complexe » peut signifier *sans ordre, sans régularité, aléatoire, chaotique,* ou peut signifier *organisé, fortement structuré, riche en formes diverses et combinaisons d'éléments variés ajustés les uns aux autres.* Fixons les termes en convenant d'appeler *complexité aléatoire* et *complexité organisée* ces deux types opposées de complexité.

La deuxième des suites proposées ci-dessus apparaît comme un exemple de *complexité aléatoire*. En fait, il s'agit de la suite des décimales du nombre π à partir de la sixième ; les premières décimales sont 3,14159. Il faut donc la considérer comme un exemple de *complexité organisée* : π est un nombre bien déterminé ; on ne peut en modifier aucune décimale et même si l'ordre qui le régit est caché, sa complexité n'est en définitive absolument pas celle d'un désordre sans règle. Cet exemple illustre que la complexité aléatoire n'est pas facile à distinguer de la complexité organisée, et c'est l'explication qu'un même mot est utilisé dans le langage courant pour deux idées différentes.

Voici un second exemple de complexité organisée :

`01101001100101101001011001101001100101100110100101 1`

Un peu d'attention vous conduira cette fois à déterminer la structure de cette suite binaire qui ici est plus transparente. Il s'agit de la suite de Prouhet-Thue-Morse ; elle est obtenue en partant de `0`, puis en lui juxtaposant son complément `1` —ce qui donne `01`—, puis en juxtaposant à nouveau le complément de ce qui a été obtenu —ce qui donne `0110`—, puis en recommençant encore `01101001`, `0110100110010110`, etc. Cette suite qui se prolonge à l'infini possède la propriété remarquable que jamais on n'y rencontre trois fois consécutivement la même séquence finie.

La question que nous nous posons est : peut-on proposer des définitions précises, de nature mathématique exprimant la distinction entre les deux types de complexité et permettant d'en évaluer la présence dans une suite donnée. Autrement dit encore : existe-t-il *une mesure mathématique de complexité aléatoire* et *une mesure mathématique de complexité organisée* ?

2. La complexité aléatoire

Pour la complexité aléatoire, la réponse ne fait pas de doute et on peut affirmer qu'elle a été formalisée sous le nom de *complexité de Kolmogorov* en 1965 à partir d'une idée dont l'origine doit être attribuée à Ray Solomonoff, et qui fut rendue mathématiquement précise à peu près simultanément par Andrei Kolmogorov et Gregory Chaitin. Cette complexité de Kolmogorov est parfois appelée *complexité de Chaitin-Kolmogorov* ou *complexité descriptionnelle* ou *complexité algorithmique*.

Définition. La *complexité de Kolmogorov,* K(s), d'une suite binaire finie s est la longueur du plus court programme qui engendre s, c'est-à-dire qui produit l'impression de s sur l'écran de l'ordinateur ou sur l'imprimante.

Le plus court programme en question s'appelle aussi le *programme minimal pour* s, on le notera s* (s'il y a plusieurs programmes de taille minimale donnant s, on prend pour s* le premier dans l'ordre lexicographique). Les langages dont il s'agit sont les langages informatiques de programmation : langage C, langage Java, langage Fortran, langage LISP, etc.

Si on convient de noter les suites finies et les programmes dans un alphabet fixé (comme en informatique, on travaillera le plus souvent avec des suites binaires) et si on ne considère que des machines de calcul assez puissantes (c'est-à-dire équivalentes à une machine de Turing universelle), alors le résultat suivant donne sa consistance à la notion en montrant que la définition de K(s) varie peu quand on change de langage de référence.

Théorème d'invariance. Si U et V sont deux machines de Turing universelles (machines qui pour la donnée [i, d] calculent ce que la machine de Turing numéro i calcule pour la donnée d), et si on note $K_U(s)$ (respectivement $K_V(s)$) la complexité de Kolmogorov quand on utilise la machine U (respectivement V) comme machine de référence, alors il existe une constante C_{UV} indépendante de s, telle que : $|K_U(s) - K_V(s)| < C_{UV}$

Ce résultat est essentiel puisqu'il signifie qu'à une constante près, le changement de langage de programmation (ou de machine de Turing universelle, ce qui revient au même) ne modifie pas la complexité de Kolmogorov. Que vous utilisiez des programmes écrits en langage Java ou en Pascal, Fortran ou C (chacun est un langage universel, chacun est équivalent à une machine de Turing universelle), la complexité que vous définissez en mesurant la longueur des plus courts programmes reste sensiblement identique.

L'idée de la définition est naturelle : « est complexe ce qu'on ne peut pas définir brièvement ». Avant les développements de la théorie de calculabilité, elle ne pouvait pas être mise en œuvre car la notion de longueur d'une définition ne pouvait pas être fixée d'une manière invariante. Des définitions basées sur les langages formels de la logique mathématique auraient pu être envisagées, mais aucun théorème d'invariance n'existe dans leur cas. C'est bien la mise au point de la théorie de la calculabilité qui a rendu mathématisable l'idée intuitive et naturelle que *simple* veut dire « définissable en peu de symboles ».

3. Trois exemples pour éclairer la définition.

(a) La complexité de Kolmogorov d'une suite s, composée d'un milliard de 0, est très petite, car l'idée d'écrire un programme du type « `pour i variant de 1 jusqu'à 1000000000 imprimer 0`» (idée traduisible dans tout langage de programmation) conduit à un programme dont la longueur sera de quelques dizaines de bits, 200 tout au plus. Cela signifie que $K(s) < 200$. Une suite binaire de moins de 200 bits définit donc une suite binaire d'un milliard de bits : la représentation par un programme (vue comme une définition) fait donc gagner un espace considérable. La définition de **s** par programme a une longueur inférieure à 0,00002 % de la longueur de l'objet **s** représenté.

(b) La complexité de Kolmogorov de la suite **s** composée d'un milliard de chiffres binaires de π est elle aussi relativement faible. On peut en effet calculer **s** avec un programme assez court en utilisant une des nombreuses formules de série que l'analyse mathématique propose pour calculer π. Très concrètement ce que nous savons de π nous montre que K(**s**) < 5000. Cette seconde suite est donc un peu moins simple que la première, mais au sens de la complexité de Kolmogorov elle reste très simple puisque sa complexité de Kolmogorov est inférieure à 0,0005 % de sa longueur.

(c) Une suite de chiffres binaires tirés au hasard a toutes les chances d'être complexe au sens de Kolmogorov (c'est-à-dire d'avoir une complexité de Kolmogorov élevée). En effet, un simple argument de dénombrement montre précisément que :

- parmi toutes les suites binaires de longueur n, n fixé, moins d'une suite sur 1024 a une complexité de Kolmogorov < n - 10 ;
- parmi toutes les suites binaires de longueur n, n fixé, moins d'une suite sur 1 048 576 a une complexité de Kolmogorov < n - 20 ;
- et plus généralement, parmi toutes les suites binaires de longueur n, n fixé, moins d'une suite sur 2^k a une complexité de Kolmogorov < n - k.

Le raisonnement démontrant cette affirmation consiste à noter que le nombre de programmes de longueur < n - k est au plus 2^{n-k} et qu'en conséquence, la proportion de suites de longueur n possédant un programme miminal de longueur < n - k est inférieure à $2^{n-k} / 2^n = 1 / 2^k$.

Une suite binaire s de longueur n, prise au hasard, possède avec une probabilité très forte une complexité de Kolmogorov K(s) d'environ n. En effet : (a) d'une part, le résultat précédent montre que K(s), sauf cas exceptionnels, ne sera pas nettement inférieur à n, et (b) d'autre part, les programmes du type « `imprimer "001001001..."` » (leur longueur est approximativement n) montrent que jamais K(s) n'est sensiblement supérieur à n.

Le programme minimal d'une suite s peut être considéré comme une version compressée de s. Nous allons voir que ce sont d'ailleurs les algorithmes de compression de données qui constituent les meilleurs outils d'évaluation de K(s).

4. Le calcul et l'évaluation de K(s)

La question du calcul de K(s) donne lieu à deux séries de résultats aussi intéressants l'une que l'autre : une série de résultats négatifs —liés aux théorèmes d'incomplétude de la logique mathématique— et une série de résultats positifs —liés à la technologique de la compression des données informatiques.

Le premier résultat négatif indique que K(s) n'est pas calculable par un moyen algorithmique général : la fonction s -> K(s) n'est pas récursive (c'est-à-dire n'est pas calculable par algorithme). Cela signifie précisément qu'aucun programme ne peut, pour toute suite s qu'on lui fournit en données, calculer en temps fini le nombre entier K(s).

Ce résultat est lié à l'impossibilité de déterminer si un programme quelconque s'arrête ou poursuit indéfiniment son calcul (c'est la fameuse "indécidabilité de l'arrêt d'un programme" démontré en 1936 par Alan Turing). Gregory Chaitin a démontré que le résultat négatif concernant K(s) prend une forme extrême dans la cas de la complexité de Kolmogorov :

- si T est une théorie formelle fixée qui ne démontre que des énoncés arithmétiques justes, alors elle ne démontre qu'un nombre fini d'énoncés de la forme « K(s) = n ». En particulier, il existe un nombre entier k_T tel que la théorie T ne peut démontrer aucun résultat du type « K(s) = n » pour un entier n ≥ k_T.

Dit autrement, une théorie formelle T, aussi puissante qu'elle soit, n'a accès par son système déductif qu'à un nombre fini d'énoncés du type «la complexité de s est n» ; tous les énoncés de cette forme, sauf un nombre fini d'entre eux, sont des *indécidables au sens de Gödel* de la théorie T.

À l'opposé de cette apparente inaccessibilité théorique de K(s) d'autres résultats montrent que K(s) est approchable.

- Il existe une suite d'algorithmes $K_0(.)$, $K_1(.)$, ... $K_n(.)$ ... tels que pour toute suite binaire finie s, la suite $K_0(s)$, $K_1(s)$, ..., $K_n(s)$, ... est décroissante et convergente vers K(s).

Comme $K_n(s)$ et K(s) sont des entiers, cela signifie que pour tout **s**, la suite de valeurs approchées $K_0(s)$, $K_1(s)$, ... $K_n(s)$, ... est du type :

23, 23, 22, 20, 20, 20, 15, 15, 15, 8, 8, 8, ... , 8, ...

c'est-à-dire décroissante, stationnaire et égale à K(s) à partir d'un certain point.

En pratique, pour évaluer K(s), on utilise des algorithmes de compression de données sans pertes. Les algorithmes de compression sans pertes sont les outils privilégiés pour la mise en œuvre de la complexité de Kolmogorov qui en définitive est un concept théorique applicable. Les algorithmes de compression avec pertes (une partie de l'information est perdue lors de la compression, et c'est un fichier approximativement identique au fichier initial qu'on obtient par l'opération de décompression) ne sont en revanche d'aucune utilité.

La taille C(s) du fichier comprimé de s par un algorithme de compression C, est une valeur approchée de K(s). L'indécidabilité mentionné plus haut a pour conséquence qu'on ne peut jamais être certain d'avoir obtenu K(s) et qu'il n'existe aucun moyen de mener une compression de données garantissant par exemple que l'écart entre C(s) et K(s) sera inférieur à un entier p, p fixé. Cela provient de ce qu'une régularité de **s** qui en permettrait la compression peut rester ignorée de l'algorithme de compression utilisé, car jamais un algorithme de compression ne peut avoir la capacité d'analyser et d'exploiter toutes les régularités que peut posséder une suite binaire.

Cependant la majoration de K(s) que donne les algorithmes de compression de données suffit à la mise en œuvre pratique du concept. D'une manière générale l'utilisation d'algorithmes de compression adaptés aux données qu'on manipule (et il faut à chaque fois choisir attentivement les programmes utilisés) conduit à de nombreuses applications de la complexité de Kolmogorov dont nous présentons maintenant quelques exemples.

5. Complexité relative et distance informationnelle

Commençons par généraliser la notion initiale en définissant la notion de *complexité de Kolmogorov relative de la suite* s *par rapport à la suite* t (complexité de Kolmogorov de s sachant t) notée K(s | t).

Soient s et t deux suites binaires finies. Par définition K(s | t) est la longueur du plus court programme s* qui engendre s en utilisant, si nécessaire, les données présentes dans t.

Cette fois, les programmes que nous considérons peuvent, durant le cours de leur calcul, faire appel à des données extérieures et supposées mémorisées dans la suite auxiliaire t. Aussi longue que soit la suite s, K(s | s) est presque nul, puisque le programme qui doit produire s peut lire s dans le fichier de données auxiliaires mis à sa disposition :

$$K(s \mid s) \approx 0$$

En revanche, si s et t sont deux suites aléatoires tirées indépendamment l'une de l'autre, alors, on aura presque certainement :

$$K(s \mid t) \approx K(s)$$

Connaître t, n'aide en rien à connaître s.

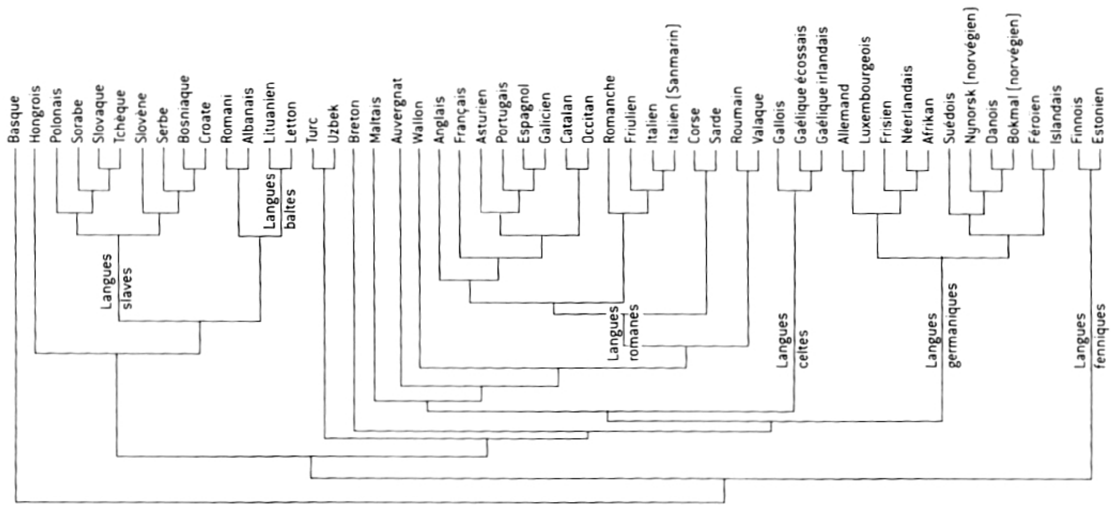
D'une manière générale, plus t et s ont des contenus d'information liés, plus K(s | t) est petit. En considérant : d(s, t) = max(K(s | t), K(t | s)) on définit une mesure de similarité entre s et t. Cette mesure appelée parfois *distance informationnelle*, directement sous la forme indiquée ici, ou sous des formes modifiées (appelées *mesures de similarité*) est mise en œuvre pratiquement à l'aide d'algorithmes de compression de données qui en calculent des valeurs approchées. Cette technique a été utilisée dans divers domaines pour produire des classifications automatiques, par exemple sous la forme d'arbres. C'est ainsi qu'on a obtenu :

- des arbres phylogénétiques à partir de séquences génétiques (J. S. Varré, J.P. Delahaye, E. Rivals, P. Vitanyi, R. Cilibrasi) ;

- un arbre représentant les relations de ressemblances entre langues indoeuropéennes calculé en partant des traductions de *La déclaration universelle des Droits de l'Homme* et en menant des calculs de complexité relative (R. Cilibrasi, P. Vitanyi) ;

- des comparaisons et des classifications automatiques de textes littéraires et de pièces musicales d'auteurs différents (R. Cilibrasi, P. Vitanyi) ;

- des applications au traitement d'images et de séquences vidéo conduisant à repérer les séquences représentant des personnes identiques filmées à des moments différents (Th. Leclercq, J.P Delahaye).



Classification des langues. Application aux langues indo-europeennes à partir des traductions dans chacune des langues de la *Déclaration universelle des droits de l'Homme.*

R. Cilibrasi, P. Vitanyi. « Clustering by Compression » IEEE Transactions On Information Theory, 51, 4, 1523–1545, 2005

6. La complexité de Kolmogorov mesure la complexité aléatoire

Pour conclure sur cette première mesure de complexité, indiquons qu'un grand nombre de propriétés mathématiques concernant en particulier les suites infinies, donnent un sens précis aux égalités suivantes :

complexité de Kolmogorov = mesure de complexité aléatoire = quantité d'informations incompressibles

imprévisibilité = incompressibilité = absence de structure

Il ne fait plus aucun doute que le contenu en information d'un objet représenté par une suite binaire (situation à laquelle on se ramène facilement via la numérisation devenue courante en informatique) est convenablement mesurée par la complexité de Kolmogorov. Il est certain aussi que ce contenu incompressible d'information est une mesure de complexité aléatoire. En effet :

- être simple, c'est avoir une faible complexité de Kolmogorov (c'est-à-dire être fortement compressible) ;
- être complexe, c'est ne pas pouvoir être défini brièvement, c'est-à-dire posséder une complexité de Kolmogorov élevée ;
- être aléatoire, c'est posséder une complexité de Kolmogorov maximale (c'est-à-dire à peu près égale à sa longueur).

Si la complexité de Kolmogorov mesurait la complexité organisée nous aurions le résultat absurde que presque toutes les suites binaires de longueur n sont fortement organisées. Il est donc clair que pour mesurer la complexité organisée, la complexité de Kolmogorov ne convient pas. Seule, une faible partie des suites de longueur n sont organisées ; une suite prise au hasard, sauf cas exceptionnel, n'est pas organisée et donc la complexité organisée n'est pas celle que mesure K(s).

Remarquons aussi que la complexité de Kolmogorov augmente quand on passe d'un "cristal" de longueur n (une suite de zéros, une suite répétitive), à une suite de chiffres de π de longueur n. Elle augmente encore quand on passe à un ordinateur dont on disposerait d'une description exhaustive de longueur n (la définition sous la forme d'une suite binaire en est fortement compressible à cause des nombreuses régularités qu'il possède). Enfin, elle augmente encore quand on considère un gaz (une suite binaire aléatoire). Bien que l'ordinateur soit des trois types d'objets, celui qui possède l'organisation la plus complexe, ce n'est pas lui qui possède la plus forte complexité de Kolmogorov. Il s'agit à nouveau d'un argument montrant que la complexité de Kolmogorov n'est pas le bon outil de mesure de la complexité organisée. Ainsi que l'analyse initiale le suggérait, il y a bien deux notions différentes de complexité : la complexité aléatoire captée par la complexité de Kolmogorov, et une autre notion qui reste à définir.

L'exemple du nombre π suggère de tenir compte de la quantité de calculs contenue dans un objet : l'organisation, la complexité organisée, n'est-ce pas la marque que contient un objet, attestant qu'il est le résultat d'un long processus d'élaboration, ou de calcul ? Si on arrivait à mesurer *le contenu en calcul* d'un objet, peut-être pourrait-on en déduire une bonne définition de la complexité organisée.

7. Une première tentative de définition du contenu en calcul

Certains développements de l'algorithmique ne donnent-ils pas la solution au problème de la mesure du contenu en calcul d'un objet fini (ramené à une suite de chiffres binaires) ? Pour répondre à cette question rappelons ce que sont les classes de complexité **P**, **PSPACE** et **NP**.

La classe **P** est la classe des problèmes **pr** pour lesquels il existe un algorithme traitant toute instance de **pr** en un temps majoré par un polynôme fonction de la taille des données.

Le problème du test de la présence d'un mot dans un autre (« est-ce que le mot M est inclus dans le mot N ? ») est dans la classe **P**. Le problème de savoir si un nombre entier **n** est un nombre premier (problème de la primalité) a été démontré appartenir à la classe **P** (résultat démontré en 2002).

On définit de même la classe **PSPACE** des problèmes pour lesquels il existe un algorithme traitant toute instance en utilisant un espace mémoire dont la taille est majoré par un polynôme fonction de la taille des données.

Le problème de la satisfiabilité d'une expression booléenne est dans **PSPACE**. On a l'inclusion : **P** $\subseteq$ **PSPACE**.

La classe **NP** est la classe des problèmes dont on peut vérifier qu'une solution est correcte en temps polynomial. Le problème de savoir si un ensemble de clauses (un ensemble de formules logiques du type {(a ou b), (non c ou d ou e), (b ou non c)}) peut-être rendu vrai est un problème de la classe **NP**. En effet, si c'est le cas, vérifier qu'une solution est bonne (par exemple a=VRAI, b=VRAI, c=FAUX, d=FAUX) se fait en un temps polynomial en fonction de la taille des données.

La conjecture **P** $\neq$ **NP** est la plus célèbre de toutes les conjectures de l'informatique théorique. C'est l'un des dix problèmes sélectionnés par l'Institut Clay en 2000, et une récompense d'un million de dollars attend celui ou celle qui le résoudra.

Les classes de complexité concernent bien des quantités de calculs, mais visent des familles de problèmes, et non pas une suite binaire s fixée ou un objet fini. Ce qu'on vise en considérant ces classes, c'est l'augmentation asymptotique de la quantité de calculs (ou de mémoires) nécessaires pour traiter des instances de plus en plus longues du problème auquel on s'intéresse. Des cette mesure asymptotique il ne semble pas possible de déduire une mesure applicable à des objets finis.

Notons avant de conclure sur cette tentative que les notions de complexité *en temps*, *en espace*, *en longueur de programme* ne sont pas équivalentes (même à une constante multiplicative près). L'exemple suivant le montre.

Problème : *compter le nombre de 1 dans une suite* s *de* 0 *et de* 1 *de longueur* n.

• La *complexité en temps* est de l'ordre de n (on parle de complexité *linéaire*) car, d'une part, l'algorithme qui parcourt la suite en incrémentant un compteur à chaque rencontre de 1 donne le résultat en temps linéaire ; d'autre part, on ne peut rien faire de mieux, puisque pour compter les 1 d'une suite, il faut nécessairement la parcourir.

• La *complexité en espace* est de l'ordre de $\log_2(n)$, car l'espace nécessaire (en plus de celui utilisé pour s), est juste celui nécessaire pour mémoriser un nombre entier (le compteur) inférieur à n, ce qui demande $\log_2(n)$ digits. Par ailleurs, on ne peut pas se passer de ces digits-là, puisqu'il faut bien écrire le résultat final.

• La *complexité en longueur de programme*, elle, est constante (comme pour tout problème possédant une solution algorithmique !) : le programme (basé sur l'idée du compteur) a une longueur fixe qui ne dépend pas de la longueur de la suite qu'on souhaite traiter.

Aussi intéressant que soient ces notions (qui constituent des outils de mesure de la complexité de problèmes ou de classes de problèmes), il ne semble pas possible de les utiliser pour formuler mathématiquement une mesure de *contenu en calcul* ou de *complexité organisée* s'appliquant aux objets finis. Il faut donc entreprendre d'autres tentatives.

8. Deuxième tentative de définition du contenu en calcul

Pourquoi ne pas ajuster la définition de Kolmogorov et poser :

Z(s) = *temps de calcul du programme le plus rapide qui produit* s.

Cette idée ne marche pas ! La raison en est simplement qu'avec cette définition toute suite possède une complexité Z(s) approximativement linéaire en fonction de sa longueur, et qu'aucun théorème d'invariance ne peut être prouvé. En effet pour produire **s** il faut au moins écrire **s** et donc :

$Z(s) \geq k$ longueur(s)

D'autre part, un programme de type « `imprimer s`» produit s, en un nombre de pas élémentaires qui sur toute machine raisonnable sera linaire, et donc :

$Z(s) \leq k'$ longueur(s) + c

Il faut rechercher une autre méthode.

9. Troisième tentative de définition du contenu en calcul

Cette fois-ci ce sera la bonne. Remarquons que l'explication de l'apparition tardive de cette théorie est à rechercher dans l'attraction qu'exerçaient les deux premières idées, qui, bien qu'insatisfaisantes, masquaient celle proposée par Charles Bennett et dont nous allons voir qu'elle réunit de nombreux atouts en sa faveur.

La *profondeur logique (*de Bennett) de la suite binaire finie **s** est définie par :

P(s) = *temps de calcul du programme minimal de* s

L'unité de mesure de ce temps de calcul est le pas élémentaire de calcul pour le modèle de machine qu'on considère.

Cette idée est mentionnée pour la première fois dans un article de G. Chaitin de 1977, mais l'article principal sur le sujet est dû à Charles Bennett qui en 1988 a donné les détails de la théorie de cette "profondeur logique".

La définition proposée par Bennett est-elle satisfaisante et doit-on croire qu'on dispose avec elle d'une bonne mesure de complexité organisée complémentaire à la complexité de Kolmogorov ? C'est à la discussion de cette question que nous allons consacrer la fin de l'article. Nous verrons que la réponse, un peu moins nette que dans le cas de la complexité de Kolmogorov, est positive, même si des améliorations et des ajustements seront peut-être à envisager.

Commençons notre examen en reprenant l'exemple de la suite aléatoire ($K(s) \approx$ longueur(s)) qui nous a conduit à conclure que la complexité de Kolmogorov n'est pas le bon concept de complexité organisée (une suite aléatoire n'est pas organisée et possède pourtant une forte complexité de Kolmogorov). Que donne la profondeur logique de Bennett pour une suite s obtenue par tirage au sort ?

Une telle suite s possède par définition une complexité de K(s) équivalente à sa longueur. Il en résulte que son programme minimal est sans doute équivalent à un programme du type « `imprimer s` » ou est proche d'un tel programme. Or, dans tout langage de programmation raisonnable le temps d'exécution d'un programme du type « `imprimer s` » est linéaire ou quasi-linéaire, c'est-à-dire petit (puisque le temps de calcul d'une suite de longueur n ne peut pas être inférieur à n). Autrement dit, une suite aléatoire a une faible profondeur logique de Bennett : lorsqu'une suite n'a pas de structure et est totalement désordonnée, il n'y a rien de mieux à faire que d'écrire s dans le programme qui doit la produire (qui est donc du type « `imprimer s` ») et alors un tel programme fonctionne rapidement. C'est ce que nous attendions (et qui faisait défaut à la complexité de Kolmogorov).

Il ne s'agit pas là d'un argument définitif, mais il est particulièrement frappant que le principal défaut de la complexité de Kolmogorov (elle est maximale pour les suites aléatoires pourtant sans structure), défaut qui nous l'avait fait écarter comme mesure de complexité organisée, disparaisse quand on prend en considération la profondeur logique de Bennett : la profondeur logique d'une suite aléatoire est minimal pour une suite aléatoire comme elle l'est pour une suite simple (par exemple composée uniquement de 0).

Une analyse heuristique de la profondeur de Bennett nous conduit aussi à la conclusion que, plus un objet est finement structuré plus le temps nécessaire au passage de sa description la plus compressée (son programme minimal) à l'objet lui-même sera long. De ce fait —et dans le cas des chiffres de π les arguments peuvent être rendus précis— la profondeur logique de Bennett semble bien convenir : très faible pour une longue suite de 0 ou une suite incompressible (K(s) très faible ou K(s) maximum) ; moyenne pour une suite comme celle des chiffres de π (ayant une certain contenu en calcul) ; elle est élevée dans le cas d'un objet fortement structuré ou possédant une organisation complexe. C'est exactement ce que l'on attendait.

Schématiquement, il y aurait donc quatre sortes d'objets :

- K-simple et peu profond : suite de 0, suite répétant un même motif (cristal), etc. ;
- K-simple et profond : suite des chiffres de π, suite de Prouhet-Thue-Morse, etc. ;
- aléatoire et peu profond : suite aléatoire ;
- aléatoire et profond : puce électronique, ordinateur, ADN, poste de télévision, ville, être vivant.

10. Arguments favorables à l'identification proposée par Bennett

Même si il est difficile de calculer exactement la profondeur logique de Bennett pour des suites données car elle sujette aux mêmes types de résultats que la complexité de Kolmogorov ("indécidabilité de Gödel"), plusieurs énoncés généraux établissent que c'est une bonne notion pour la complexité organisée. Le premier est un théorème d'invariance qui montre que la définition ne dépend pas fortement des langages utilisés pour écrire les programmes.

Il faut cependant pour l'obtenir considérer des classes particulières de machines de Turing universelles et modifier légèrement la définition initiale, en introduisant un paramètre. Pour k un entier donné, on pose :

k-profondeur(s) = *temps de calcul du plus rapide des programmes* p *produisant* s *et tels que* : longueur(p) - K(p) ≤ k

On considère le temps de calcul, mais au lieu de prendre celui du programme minimal de s qui peut être grand alors que d'autres programmes presque incompressibles sont rapides, on retient le plus rapide des programmes « incompressibles à k près » (c'est-à-dire ne pouvant pas être compressé de plus de k). Cette définition ne doit pas être confondue avec celle-ci tout aussi naturelle :

k-profondeur' (s) = *temps de calcul du plus rapide des programmes* p *produisant* s *et dont la longueur ne dépasse pas* K(s)+k

Le problème de savoir s'il existe des suites k-profondes qui ne soient pas k-profondes', est considéré comme difficile, mais l'existence de telles suites est jugée improbable.

Charles Bennett a démontré pour la notion de k-profondeur un résultat analogue à celui démontré pour la complexité de Kolmogorov, et attestant donc de la robustesse de la définition vis-à-vis du changement de machine de référence (ou ce qui revient au même vis-à-vis du changement de langage de référence). Ce résultat ne vaut que pour les machines de Turing universelles rapides qui sont des machines de Turing universelles ayant la propriété d'exécuter rapidement les tâches qu'on considère comme faciles : impression d'une suite s par une programme du type « `imprimer s` », exécution d'une boucle simple, etc.

Théorème d'invariance pour la profondeur logique. *Pour deux machines de Turing universelles rapides, il existe une constante* c *telle que la* k-profondeur *pour l'une soit la même (à une constante multiplicative et une constante additive près) que la* k+c-profondeur *pour l'autre*.

Une fois rassuré par le théorème d'invariance, une question reste posée : comment justifier dans la définition de la profondeur logique de **s** la mention du programme minimal de **s** ? Que vient faire dans cette proposition de définition du contenu en calcul d'une suite **s** la référence au programme le plus court calculant **s** ? La question va être traitée à l'aide d'une expérience de pensée qui prouve que, naturellement l'origine probable d'un objet se rattache à un des ses programmes presque minimaux.

Imaginons que l'on découvre un million de chiffres binaires du nombre π écrits sur le tronc d'un arbre à l'aide de barres plus ou moins longues codant 0 ou 1. Très certainement, on supposera que ces chiffres ont été écrits à partir de quelque chose qui a à voir avec π. On fera sans doute l'hypothèse d'un canular : quelqu'un à l'aide d'un programme — forcément assez court et réalisant donc de longs calculs— a obtenu ces chiffres et les a gravé dans le bois. Si vraiment l'hypothèse du canular est écartée, on supposera qu'un mécanisme physique bien précis (assimilable à un programme court de calcul de π) a mené le calcul. On cherchera une explication en considérant impossible que ce million de chiffres binaires soit là par hasard : il y a $2^{1000000}$ autres suites de même longueur ! On n'acceptera jamais l'idée que le hasard ait pu produire l'inscription ; on préférera considérer l'absence d'explication faisant intervenir un programme court comme une absence d'explication tout court.

En résumé, on considérera que l'hypothèse que ces chiffres proviennent d'un programme imprimer « `imprimer s` » est déraisonnable tant nous sommes persuadés dès le départ que l'origine de ces chiffres est un programme minimal, ou presque minimal : *l'origine vraisemblable d'un objet fortement organisé ne peut être attribuée qu'à un de ses programmes presque minimaux.*

L'idée de Bennett de lier le temps de calcul du programme minimal à l'organisation d'un objet n'est donc pas une idée opposée à l'intuition : sans peut-être en avoir conscience, c'est une idée que nous acceptons et sur laquelle nous nous appuyons dans nos analyses.

Un second résultat de Bennett renforce l'idée que sa définition de la complexité organisée est bonne : il s'agit de ce qu'il nomme *la loi de croissance lente*.

Cette hypothétique loi affirme que la complexité organisée ne peut croître que lentement en fonction du temps, c'est-à-dire qu'il est impossible ou en tout cas très improbable qu'un objet ayant une grande complexité d'organisation surgisse brusquement lors d'un processus évolutif. Toute notion prétendant formaliser la notion de complexité organisée doit satisfaire cette loi. Est-ce le cas pour la profondeur logique de Bennett ? Oui, car comme Bennett le démontre, les objets profonds (au sens de "possédant un grande profondeur logique") ne peuvent être produits que très lentement par des processus déterministes. C'est le sens du résultat suivant que nous retranscrivons en langage non technique : *La profondeur logique des objets présents dans un univers déterministe est susceptible d'augmenter au fur et à mesure que du calcul s'effectue, mais ne peut augmenter que lentement avec le temps. Il peut en revanche se produire de brusques diminutions (par effacement par exemple) de la profondeur logique.*

Puisque la profondeur de Bennett des objets du monde ne peut s'accroître soudainement lors de processus déterministes, celui qui accepte l'identification « *complexité organisée = profondeur logique de Bennett* » dispose d'une explication à la lenteur de l'apparition de la complexité organisée dans tout univers déterministe et peu profond à l'origine.

Un résultat complémentaire de Bennett montre que si on considère des processus probabilistes, alors la probabilité d'apparition spontanée d'objets profonds est extrêmement faible. Un monde peu profond fonctionnant de manière non déterministe pendant un temps court a toutes les chances de rester peu profond.

Ces propriétés (que ne possède pas la complexité de Kolmogorov) ne constituent pas une preuve définitive que le concept introduit par Charles Bennett est bon, mais font de lui le meilleur candidat actuel pour mesurer la quantité d'organisation d'un objet fini.

Il faut noter que l'acceptation de l'identification *complexité organisée = profondeur logique de Bennett* ne suffit pas à prouver que nécessairement il y a apparition de complexité organisée. Elle montre seulement que celle-ci, si elle a lieu, ne peut qu'être lente. Pour prouver que nécessairement la complexité organisée apparaît, il faut beaucoup plus. Une explication à l'apparition de la complexité organisée pourrait être obtenue en établissant que l'univers physique exécute, et mémorise des calculs qui se trouveraient en quelque sorte cristallisés dans certains objets. Cela semble probable, et la sélection naturelle est sans doute l'un de ces mécanismes assimilables à un calcul et produisant une cristallisation de structures. Il faudrait pouvoir être plus précis. Le fait de disposer d'un modèle formel raisonnable du concept de complexité organisée le permettra peut-être. Cette perspective sur des moyens formels de prouver que la complexité organisée apparaît nécessairement dans des univers comme notre monde physique est certainement d'un grand intérêt théorique à défaut pour l'instant d'être pratique.

Notons aussi qu'avec la profondeur logique de Bennett, on est loin des difficultés rencontrées quand on assimile organisation et *néguentropie*, et qui ont fait dire parfois, que l'existence d'êtres vivants s'oppose à la seconde loi de la thermodynamique. La possibilité théorique d'ordinateurs réversibles —n'engendrant pas d'entropie en calculant— établie dans la décennie 1980, montre qu'avec la conception de Bennett, il n'y a aucune contradiction entre la seconde loi de la thermodynamique et l'augmentation de la complexité organisée dans l'univers. Le monstre de la mort thermique, empêchant à terme toute vie et toute intelligence, a disparu.

Un dernier argument en faveur de l'identification proposée par Bennett découle des considérations sur l'additivité des fonctions K et P. Deux moutons ne sont pas deux fois plus complexes qu'un seul mouton, car les principes généraux d'organisation qui déterminent l'un sont sensiblement les mêmes que ceux qui déterminent l'autre. Une bonne notion de complexité organisée ne doit donc pas être additive, mais sous-additive dans le cas d'organisations semblables juxtaposées : $f(x+y) < f(x) + f(y)$. La complexité de Kolmogorov possède cette propriété de sous-additivité et c'est peut-être pourquoi on l'a parfois défendue comme un bon concept de complexité organisée (ce qu'elle n'est pas comme nous l'avons vu plus haut). La profondeur logique de Bennett est elle aussi sous-additive en général. La profondeur de la séquence composée de la répétition de deux fois un milliard de chiffres binaires de π, est très sensiblement la même que celle de la séquence seule (le programme minimal pour l'une est très proche du programme minimal de l'autre, et les deux programmes calculent pendant des durées sensiblement égales). Dans ce cas de pure structure mathématique, la sous-additivité est vérifiée aussi bien pour K que pour S et est très nette. Concernant les deux moutons (ou deux ordinateurs de même modèle), il faut prendre en compte les composantes aléatoires —différentes chez les deux objets placés côte à côte. Ces composantes (décrivant par exemple l'implantation exacte des poils, l'emplacement précis de chaque atome, etc.) dominent dans le programme minimal dont la taille est majoritairement consacrée à cette composante. Il en résulte que la complexité aléatoire des deux moutons ou des deux ordinateurs est à peu de chose près la somme des complexités de Kolmogorov de chacun (pas de sous-additivité). En revanche, pour la profondeur logique, puisque le temps de calcul non trivial (c'est-à-dire non destiné à recopier les éléments aléatoires présents de manière explicite dans le programme minimal) est identique et dominant, la profondeur logique des deux objets est très sensiblement inférieure à la somme des profondeurs logiques de chacun des objets. Là encore, la profondeur logique possède bien la propriété attendue d'une mesure de contenu en organisation.

11. Autres idées et propositions

Après avoir envisagé les différents arguments en faveur de l'identification, *complexité organisée = profondeur logique*, nous allons confronter cette proposition à d'autres idées plus anciennes qui — parfois implicitement — ont été suggérées pour définir le concept d'organisation et le mesurer.

Bien sûr les capacités fonctionnelles —par exemple l'aptitude à tirer de l'énergie de son environnement— semblent des éléments cruciaux pour dire d'un être qu'il est vivant ou qu'il est organisé. Outre que la mise sous forme mathématique de telles idées apparaît délicate, les capacités fonctionnelles des êtres vivants conduisent à ne pas attribuer de complexité au corps d'un animal mort depuis quelques secondes, alors que de toute évidence son organisation est très peu différente de celle du même animal vivant. «Etre capable de se reproduire», «Etre capable de tirer de l'énergie de son environnement», «Disposer de capacités d'adaptation» ne sont donc pas des propriétés permettant de caractériser l'organisation en général, et c'est d'un concept plus abstrait, comme celui de profondeur logique que doit venir la solution.

L'idée que la physique de notre univers peut intervenir dans la définition de la complexité organisée conduit en particulier à s'interroger sur ce que la thermodynamique propose. Nous avons déjà évoqué le fait que la notion d'entropie ne semble pas —contrairement à ce qu'on a pensé pendant longtemps— en mesure d'apporter d'éclaircissements —cela à cause de l'existence de calculs réversibles. En définitive, aucune notion thermodynamique ne convient : un ressort tendu contient de l'énergie libre, le contenu d'un livre est organisé, indépendamment de son support qui seul est important du point de vue physique, etc. Une des conséquences des développements de la thermodynamique du calcul est que s'il y a une notion convenable de contenu en calcul ou une notion convenable de mesure de la complexité d'organisation, elles seront indépendantes des concepts physiques classiques. Peut-être faut-il considérer que la profondeur logique de Bennett est une nouvelle variable d'état, globale, indépendante des autres et qu'il est utile de la prendre en compte pour caractériser un système physique. Les théories formelles de la complexité ne semblent pas pouvoir provenir de la physique, mais peut-être pourront-elles l'enrichir.

Parmi les idées purement mathématiques, la capacité pour un système de simuler n'importe quel algorithme (propriété d'être *computationellement universel*) est une propriété intéressante et liée à la complexité. En effet seuls les systèmes complexes peuvent posséder cette propriété. Malheureusement cette propriété est satisfaite ou non, et donc ne conduit donc pas à une mesure numérique de complexité organisée. De plus, qu'elle soit présente ou absente dans le système, n'indique pas si le système s'est réellement engagé dans de longs calculs, et s'il s'est organisé en fonction des résultats obtenus : cette propriété indique seulement une capacité à engager des calculs complexes. On connaît des systèmes très simples en apparence et possédant pourtant la propriété d'être computationnellement universels (réseaux d'automates cellulaires) et d'autres très complexes qui ne le sont pas. Cette voie ne semble donc pas aboutir à une mesure de complexité.

L'autosimilarité —invariance par homothétie—, comme on la rencontre par exemple dans certains objets fractals, manifeste une certaine organisation dont on a l'impression qu'elle est extrêmement complexe. Cependant, une telle organisation n'est pas nécessairement plus profonde que celle qu'on trouve dans un cristal : l'autosimilarité est une simple répétition avec changement d'échelle et un fractal est en fin de compte un objet qu'on doit considérer comme simple. Les fractals apparaissent complexes, mais comme, c'est le cas pour les chiffres de π, ils ne le sont que modérément. Il n'est donc pas possible d'en tirer un concept général de complexité organisée.

12. Conclusion

Après le succès indiscutable de la définition de la complexité de Kolmogorov comme mesure de la complexité aléatoire, l'introduction de la notion de profondeur logique par Bennett constitue un pas en avant important dans la compréhension mathématique de la complexité. L'identification *profondeur logique* = *complexité organisée* apparaît aujourd'hui comme une proposition plausible, testée sur un assez grand nombre d'exemples, et appuyée par de bonnes propriétés générales conformes à nos attentes préthéoriques. Deux obstacles demeurent cependant. D'une part, diverses obstructions mathématiques (conjectures insurmontables, théorèmes de limitation *à la Gödel*) rendent sa mise en pratique sur des problèmes concrets difficilement envisageable. D'autre part, des doutes subsistent sur l'idée qu'elle est le concept définitif et universel de complexité organisée.

Certains se demanderont si vouloir définir la *complexité organisée* d'un objet fini, n'est pas dès le départ voué à l'échec. Les mathématiques peuvent-elles cerner des concepts aussi centraux et délicats que celui-là ? La réponse, inconnue aujourd'hui, est, comme dans le cas de la complexité aléatoire, que si cela est possible cela doit certainement s'accompagner de résultats de limitations et de difficultés pratiques de mise en œuvre. Les liens établis avec le phénomène de l'indécidabilité logique ne sont sans doute pas fortuits, et on peut les voir comme des indices qu'avec ces propositions nous ne nous trompons pas ou qu'au moins nous sommes dans la bonne direction.

Bibliographie

C. Bennett, « Logical Depth and Physical Complexity. » In *The Universal Turing Machine : A Half-Century Survey*, Edited by R. Herken, Oxford Univ. Press, 227-57, 1988

C. Bennett, P. Gacs, M. Li, P. Vitanyi, W. Zurek, « Information Distance » IEEE Transactions on Information Theory, 44, 4, 1407-1423, 1998

G. Chaitin, « On the Length of Programs for Computing Finite Binary Sequences. » *J.A.C.M.* 13, 547-569, 1966

R. Cilibrasi, P. Vitanyi. « Clustering by Compression.» IEEE Transactions On Information Theory, 51, 4, 1523–1545, 2005

J.-P. Delahaye, « Information, Complexité et hasard », Hermès, Paris, 1999

J.-P. Delahaye « Complexités : aux limites des mathématiques et de l'informatique », Editions Pour la science / Belin, Paris, 2006

K. Gödel, « On Formally Undecidable Propositions of The Principia Mathematica and Related Systems » *Monatshefte für Mathematik und Physik*, vol. 38, 173-198, 1931

A. N. Kolmogorov, « Three Approaches for Defining the Concept of Information Quantity » *Information Transmission,* vol. 1, 3-11, 1965

M. Li et P. Vitanyi. « *Introduction to Kolmogorov Complexity and Its Applications »,* Springer-Verlag, Berlin, 1997 (Second Edition).

P. Martin-Löf « The Definition of Random Sequences » *Information and Control,* 9, 602-619, 1966

R. Solomonoff, « A Formal Theory of Inductive Inference ». *Information and Control*, 7, 1-22, 1964

A. Turing, « On Computable Numbers, with an Application to the Entscheidungsproblem.» *Proceeding of the London Mathematical Society*, 2, 42, 230-265 et 43, 1937, 544-546. 1936-1937.

J.-S. Varré, J. -P. Delahaye, E. Rivals, « The Transformation Distance : a Dissimilarity Measure Based on Movements of Segments », Bioinformatics, 15, 3, 194-202, 1999

W. H. Zurek, « Algorithmic Randomness and the Physical Entropy." *Physical Rev.* A. Vol. 40, 4731-4751, 1989

L'ARCHITECTURE DE LA COMPLEXITÉ: SUR LES SYSTÈMES HIÉRARCHISÉS

CHAPITRE 8 du livre d'Herbert Simon, « Les sciences de l'artificiel »

Je me propose de présenter dans ce chapitre 1 un certain nombre de choses que nous avons apprises sur divers types de systèmes complexes que l'on rencontre dans les sciences les plus diverses. Les considérations que je vais discuter se sont formées dans le contexte de quelques phénomènes spécifiques, mais ces formulations théoriques ne font pratiquement pas référence aux détails de leur structure. En revanche, elles se réfèrent principalement à la complexité des systèmes étudiés, sans que soit spécifié le contenu exact de cette complexité. Par leur caractère général et abstrait, ces théories vont s'avérer pertinentes (le terme « applicable» serait trop fort ici) pour l'étude de bien des types de systèmes complexes observés dans les sciences sociales, les sciences biologiques et les sciences physiques.

En présentant ces développements, j'éviterai les détails techniques qui peuvent en général être trouvés ailleurs. Je décrirai chaque théorie dans le contexte particulier qui l'a vue émerger. Je citerai ensuite quelques exemples de systèmes complexes dans des domaines scientifiques autres que ceux des applications initiales de la théorie et pour lesquels le même cadre théorique se révèle adéquat. Ce faisant, je ferai référence à des domaines de la connaissance dans lesquels je ne suis guère expert - voire même peut-être ignare. Le lecteur aura, j'en suis sûr, peu de difficultés à distinguer les remarques fondées sur une pure fantaisie ou sur une pure ignorance de celles qui apportent quelque lumière sur la façon dont la complexité se révèle, où qu'elle soit dans la nature.

Je n'entreprendrai pas la définition formelle des « systèmes complexes ». En gros, j'entends par système complexe un système fait d'un grand nombre de composants ayant beaucoup d'interactions. Comme nous allons le voir dans ce dernier chapitre, dans de tels systèmes, le tout est plus que la somme des parties, dans un sens pragmatiquement important: étant donné les propriétés des parties et les lois de leurs interactions, l'inférence des propriétés du tout n'est pas une question triviale.

Les quatre sections qui suivent discutent des quatre aspects de la complexité. La première propose quelques commentaires sur la fréquence avec laquelle la complexité prend la forme d'une arborescence· Le système complexe étant composé de sous-systèmes qui, à leur tour, ont leurs propres sous-systèmes, etc. La seconde section propose un schéma théorique des relations entre la structure d'un système complexe et le délai qui lui est nécessaire pour émerger lors des processus d'évolution. De façon plus spécifique, il argumente sur le fait que les systèmes hiérarchisés évolueront beaucoup plus rapidement que les systèmes non hiérarchisés de taille comparable. La troisième section explore les propriétés dynamiques des systèmes organisés en arborescence et montre comment ils peuvent être décomposés en sous-systèmes en vue d'analyser leur comportement. La quatrième section examine les relations entre les systèmes complexes et leurs descriptions.

Mon thème central est que la complexité prend fréquemment la forme d'une arborescence et que les systèmes arborescents ont quelques propriétés communes qui sont indépendantes de leur contenu spécifique. Je montrerai que l'arborescence est un des schémas structurels de base qu'utilise l'architecte de la complexité.

LES SYSTÈMES ARBORESCENTS

Par système hiérarchique (ou arborescent) ou par arborescence, j'entends un système composé de sous-systèmes interreliés, chacun d'entre eux ayant, à son tour, une structure arborescente, cela jusqu'à ce que nous atteignions le plus bas niveau des systèmes élémentaires. Dans la plupart des systèmes que nous rencontrons dans la nature, il y a quelque arbitraire dans la façon dont nous interrompons une partition et dans le choix du sous-système tenu pour élémentaire. La physique utilise beaucoup le concept de « particule élémentaire », bien que les particules aient une tendance déconcertante à ne pas rester bien longtemps élémentaires. Il y a seulement deux générations, les atomes en tant que tels étaient les particules élémentaires. Aujourd'hui, pour le spécialiste de physique nucléaire, ce sont des systèmes complexes. Pour certaines études en astronomie, des étoiles entières, voire des galaxies, peuvent être considérées comme des sous-systèmes élémentaires. Dans certains types de recherches biologiques, une cellule peut être tenue pour un sous-système élémentaire; dans d'autres, ce sera une molécule de protéine; et dans certains cas, ce sera un résidu d'amino-acide.

Ce sont précisément les raisons pour lesquelles un scientifique a le droit de tenir pour élémentaire un sous-système en fait extrêmement complexe que nous discuterons. Pour le moment nous nous contenterons d'accepter le fait que c'est l'attitude constante des chercheurs qui, lorsqu'ils s'y tiennent soigneusement, progressent habituellement fort bien.

Étymologiquement, le mot «hiérarchie» a un sens plus étroit que celui que je lui donne ici.
Le mot est en général utilisé pour qualifier un système complexe au sein duquel chacun des sous-systèmes est subordonné par une relation d'autorité au système auquel il appartient. Plus exactement, dans une organisation formellement hiérarchisée, chaque système est constitué d'un
« patron» et d'un ensemble de sous-systèmes subordonnés. Chacun des sous-systèmes a lui-même un «patron» qui est le subordonné immédiat du patron du système. Nous nous proposons
de considérer des systèmes dans lesquels les relations entre sous-systèmes sont plus complexes que dans ce type d'organisation formellement hiérarchisée. Nous nous proposons de leur ajouter les systèmes au sein desquels il n'y a pas de relations de subordination entre les sous-systèmes. (En pratique, même dans les organisations humaines, la hiérarchie formelle n'existe que sur le papier. Dans l'organisation humaine réelle, faite d'hommes et de femmes bien vivants, on observe de nombreuses relations entre les parties autres que les seules lignes de l'autorité formelle.) Faute d'un meilleur mot, j'utiliserai «hiérarchie» (ou arborescences) dans le sens plus large qu'introduit ce paragraphe pour qualifier tous les systèmes complexes analysables en ensembles successifs de sous-systèmes, et je parlerai de «hiérarchie formelle» lorsque je qualifierai ce concept de façon plus spécifique.

Les systèmes sociaux

J'ai déjà donné un exemple de l'un des types d'arborescence que l'on rencontre fréquemment dans les sciences sociales: l'organisation formalisée. Les entreprises, les gouvernements, les universités, tous révèlent clairement une structure gigogne où les parties s'emboîtent les unes dans les autres. Mais les organisations formalisées ne sont pas les seuls types de hiérarchies sociales ni même les plus courants. Presque toutes les sociétés ont des unités élémentaires appelées familles, lesquelles peuvent être groupées en villages ou en tribus, et ces derniers peuvent à leur tour être groupés en des ensembles plus larges, etc. Si nous établissons une représentation graphique des interactions sociales, de qui parle à qui, les zones de forte densité d'interactions identifient une structure arborescente assez bien définie.

Les groupements, dans cette structure, peuvent être délimités de façon pratique par une mesure de fréquence des interactions dans cette matrice sociométrique.

Les systèmes biologiques et physiques

La structure arborescente des systèmes biologiques nous est familière. Partant de la cellule, le matériau de construction, nous trouvons les cellules organisées en tissus, les tissus en organes, les organes en systèmes. En descendant à partir de la cellule, nous trouvons des sous-systèmes bien définis. Par exemple le noyau, la membrane, les microsomes, les mitochondries, etc., ont été bien identifiés dans les cellules animales.

La structure arborescente de nombreux systèmes physiques est également claire. J'ai déjà
mentionné les deux principales séries. Au niveau microscopique: les particules élémentaires, les
atomes, les molécules et les macromolécules. Au niveau macroscopique: les systèmes satellites, les systèmes planétaires, les galaxies. La matière est distribuée à travers l'espace d'une façon étonnamment non uniforme. Les distributions les plus voisines de celles du hasard dont nous disposons, celles du gaz, ne sont pas des distributions randomisées de particules complexes, autrement dit de molécules.

Tel que je l'ai défini, le terme de hiérarchie recouvre un vaste ensemble de structures types. Pour cette définition, un diamant est une hiérarchie puisqu'il a la structure cristalline des atomes de carbone, lesquels peuvent être décomposés plus avant en protons, neutrons et électrons. Il a cependant une arborescence très « plate", dans laquelle le nombre de sous-systèmes de premier ordre appartenant au cristal peut croître indéfini- ment. Dans le même sens, un volume de gaz moléculaire est une arborescence plate. Dans l'usage ordinaire, nous avons tendance à réserver le mot « arborescence" aux systèmes divisés en *un nombre petit ou modéré* de sous-systèmes, chacun d'eux pouvant être à son tour subdivisé. C'est pourquoi nous ne pensons pas habituellement à qualifier un diamant ou un gaz de structure arborescente. De même, un polymère linéaire est simplement une chaîne, qui peut être très longue, de parties identiques, les monomères. Au niveau moléculaire, c'est une arborescence très plate.

Dans les discussions sur les organisations formalisées, on appelle *champ de supervision* le nombre de subordonnés qui rapportent directement à un seul patron. Par analogie, je parlerai de champ d'un système pour désigner le nombre de sous-systèmes résultant de la partition du système. Ainsi entendu, un système arborescent sera plat à un niveau donné s'il a un grand champ à ce niveau. Un diamant a un grand champ au niveau du cristal mais pas au niveau immédiatement inférieur. celui de la molécule.

Dans la construction théorique que développeront les sections suivantes, nous porterons l'attention surtout sur les arborescences à champ modéré; mais, de temps en temps, je commenterai les extensions que les théories permettent ou ne permettent pas d'envisager dans les applications aux arborescences très plates.

Il y a une différence importante entre les arborescences physiques et biologiques d'une part et les arborescences sociales de l'autre. La plupart des arborescences physiques et biologiques sont décrites de façon spatiale. Nous détectons les organelles dans une cellule de la même façon que nous détectons les raisins dans un cake. Ce sont des sous-structures « visiblement» différenciées, localisées dans l'espace d'une structure plus large. En revanche, nous proposons d'identifier les arborescences sociales non pas en observant qui vit près de qui, mais en observant qui interagit avec qui. Ces deux points de vue peuvent être réconciliés en définissant l'arborescence en termes d'intensité des interactions et en observant que, dans la plupart des systèmes biologiques et physiques, une interaction relativement intense implique une relative proximité spatiale. Une des caractéristiques intéressantes des nerfs et des fils téléphoniques est qu'ils permettent les uns et les autres de fortes interactions spécifiques à de grandes distances. Dans la mesure où ces interactions peuvent être canalisées par des systèmes spécialisés de communication et de transport, la proximité spatiale devient moins déterminante pour la structure.

Les systèmes de symboles

J'ai omis jusqu'ici dans mes exemples une catégorie très importante de systèmes: les systèmes humains de production de symboles. Un livre est une hiérarchie au sens que je donne à ce terme. Il est généralement divisé en chapitres, les chapitres en sections, les sections en paragraphes, les paragraphes en phrases, les phrases en propositions et en expressions, les propositions et les expressions en mots. Nous pouvons retenir les mots comme unité élémentaire, ou nous pouvons les subdiviser plus avant en unités plus petites comme le font souvent les linguistes. Si le livre est du genre narratif, il peut être divisé en « épisodes» plutôt qu'en sections, mais les divisions demeureront.

La structure arborescente de la musique, basée sur des unités telles que les mouvements, les partitions, les thèmes, les phrases est bien connue. La structure arborescente des produits des arts graphiques est plus difficile à caractériser, mais j'aurai plus loin quelque chose à dire à ce sujet.

L'ÉVOLUTION DES SYSTÈMES COMPLEXES

Permettez-moi d'introduire cette question de l'évolution par une paraboles. Il y avait autrefois deux horlogers, nommés Hora et Tempus, qui fabriquaient de très belles montres. Tous les deux étaient fort connus, et les téléphones de leur magasin sonnaient fréquemment de nouveaux clients les appelant constamment. Pourtant, Hora prospérait alors que Tempus devint de plus en plus pauvre, et finit par perdre son magasin. Pour quelle raison?

Les montres que fabriquaient les deux hommes étaient constituées d'environ mille pièces. Les montres de Tempus étaient ainsi faites que s'il n'avait que partiellement assemblé une montre et qu'il avait à la reposer pour répondre au téléphone, par exemple, toutes les pièces retombaient aussitôt et il fallait les réassembler à partir de zéro. Plus les clients aimaient ses montres, plus ils téléphonaient, et plus il lui devenait difficile de trouver assez de temps ininterrompu pour finir une montre.

Les montres que faisait Hora n'étaient pas moins complexes que celles de Tempus. Mais il les avait conçues de telle façon qu'il pouvait assembler des sous-ensembles d'environ dix pièces chacun. Dix de ces sous-ensembles pouvaient à leur tour être assemblés en un sous-ensemble plus grand. Et un système fait de dix de ces derniers sous-ensembles constituait une montre complète.
Ainsi, lorsque Hora devait abandonner une montre partiellement montée afin de répondre au téléphone, il ne perdait qu'une petite partie de son travail, et il ne lui fallait qu'une petite fraction du nombre d'heures de travail que demandait Tempus pour assembler ses montres.

Il est assez facile de faire une analyse quantitative de la difficulté relative des travaux de Tempus et d'Hora : soit P la probabilité pour qu'une interruption intervienne pendant qu'un élément est en cours de montage sur un assemblage incomplet. La probabilité pour que Tempus puisse achever une montre sans avoir été interrompu depuis qu'il l'a commencée est (l - P)^1000 - un nombre extrêmement petit sauf si P est inférieur à 0,001.

Chaque interruption lui coûtera, en moyenne, le temps d'assembler 1/P éléments (le nombre moyen de pièces assemblées avant l'interruption). Hora, lui, aura à achever 111 sous-ensembles de la éléments chacun. La probabilité pour qu'il ne soit pas interrompu pendant qu'il achève l'un quelconque d'entre eux est (1- P)^10 et chaque interruption ne lui coûtera que le temps nécessaire pour assembler cinq éléments.

Si P est de l'ordre de 0,01 - c'est-à-dire s'il y a une chance sur cent pour que l'un des horlogers soit interrompu pendant qu'il ajoute un élément à un assemblage -, un calcul simple montre qu'il faudra en moyenne quatre mille fois plus de temps à Tempus qu'à Hora pour achever une montre.

Nous obtenons cette estimation par le raisonnement suivant:

1. Hora doit faire 111 fois un assemblage complet par montre lorsque Tempus en fait un:

mais

2. Tempus perdra en moyenne vingt fois plus de temps de travail que Hora pour chaque assemblage interrompu (100 éléments en moyenne, contre 5): et

3. Tempus achèvera un montage seulement 44 fois sur un million ($0,99^{1000} = 44.10\text{-}^{6}$) tandis qu'Hora en achèvera neuf sur dix ($0,99$^10 $= 9 \times 10\text{-}^{1}$). De ce fait, Tempus devra faire vingt mille tentatives lorsque Hora en fait une $(9 \times 10\text{-}1)/ (44 \times 10\text{-}^{6}) = 2.10\text{-}4$.

En multipliant ces trois ratios, nous obtenons: $1/111 \times 100/5 \times 0,99^{10}/0,999^{1000} = 1/111 \times 20 \times 20\,000 \sim 4\,000$

L'évolution biologique

Quelles leçons pouvons-nous tirer de notre parabole pour l'analyse de l'évolution biologique? Considérons un sous-ensemble partiellement achevé de k composants élémentaires comme une coexistence de k éléments dans un petit volume - ignorant leurs orientations relatives. Notre modèle fait l'hypothèse que les éléments entrent dans le volume à un taux constant comme est constante la probabilité p qu'un élément soit dispersé avant qu'un autre soit introduit alors que le montage n'a pas encore atteint un état stable. Ces hypothèses ne sont pas particulièrement réalistes. Elles sous-estiment sans aucun doute la diminution de la probabilité d'achèvement du montage lorsque croît sa taille. Ce faisant, elles minorent - et probablement d'un facteur élevé - l'avantage relatif d'une structure arborescente.

Bien que nous ne puissions parler sérieuse- ment d'estimations numériques, la leçon pour l'évolution biologique est claire et directe. Le délai nécessaire pour l'évolution d'une forme complexe à partir d'éléments simples dépend de façon critique du nombre et de la distribution des formes stables intermédiaires potentiellement disponibles. En particulier, s'il existe une arborescence de « sous-assemblages» stables potentiels, chaque niveau de l'arborescence ayant à peu près le même champ, s, on peut prévoir que les délais nécessaires pour chacun des assemblages seront les mêmes à chaque niveau - proportionnels à 1 / (1 - p)s, Le temps nécessaire pour le montage d'un système de n éléments sera proportionnel à Logs n, autrement dit au nombre de niveaux du système. Sans prendre ces illustrations au pied de la lettre, on pourrait dire par exemple que le temps nécessaire pour qu'un organisme monocellulaire évolue vers un organisme multicellulaire doit être du même ordre de grandeur que le temps nécessaire à l'évolution d'un organisme monocellulaire à partir de macromolécules. Ce même raisonnement peut être appliqué à l'évolution des protéines à partir des amino-acides, des molécules à partir des atomes, des atomes à partir des particules élémentaires.

Chaque biologiste, chimiste ou physicien vivant ne manquera pas, j'en suis sûr, d'opposer bien des objections à ce schéma par trop simplifié. Avant d'en venir aux domaines que je connais mieux, je mentionnerai quatre de ces problèmes, laissant les autres à l'attention des spécialistes.

Tout d'abord, en dépit des simplifications de la parabole des horlogers, la théorie ne postule aucun dispositif téléologique. Les formes complexes peuvent émerger des formes simples par des processus purement aléatoires. (Je proposerai tout à l'heure un autre modèle qui le montre clairement.) C'est la stabilité même des formes complexes qui constitue leur finalité, dès lors que ces formes existent. Il n'y a là rien de plus que le principe de la survie des formes les mieux adaptées, autrement dit des formes stables.

Ensuite tous les grands systèmes ne se révèlent pas arborescents. Par exemple la plupart des polymères - tels que le nylon - sont simplement des chaînes linéaires d'un grand nombre de composants identiques, les monomères. Dans notre cas pourtant nous pouvons considérer une telle structure comme une arborescence du champ un - le cas limite. Car, quelle que soit sa longueur, une chaîne représente un état d'équilibre relatif.

Troisièmement, l'évolution des systèmes complexes à partir d'éléments simples ne viole pas le second principe de la thermodynamique. L'évolution des systèmes complexes à partir d'éléments simples n'implique rien, en aucune façon, quant aux variations de l'entropie du système dans son ensemble. Si ce processus absorbe de l'énergie libre, le système complexe aura une entropie inférieure à celle de ses éléments. S'il libère de l'énergie libre, c'est le contraire qui sera vrai. Le premier terme est celui que l'on rencontre dans la plupart des systèmes biologiques: le flux d'énergie libre doit y être importé du soleil ou de quelque autre source pour que le second principe de la thermodynamique ne soit pas violé. Pour les processus d'évolution que nous décrivons ici, l'équilibre des états intermédiaires ne requiert qu'une stabilité locale et non pas globale, et ils peuvent n'être stables que de façon homéostatique - c'est-à-dire aussi longtemps qu'il existe une source extérieure d'énergie libre dans laquelle ils peuvent puiser.

Les organismes n'étant pas des systèmes énergétiquement fermés, on ne peut déduire la direction, et encore moins la vitesse de leur évolution, à partir de considérations de thermodynamique classique. Diverses estimations indiquent que la quantité d'entropie mise en jeu par la formation d'un organisme biologique monocellulaire mesurée en unité physique est trivialement petite, de l'ordre de 10^{-11} cal/degré . «L'improbabilité» de l'évolution n'a rien à voir avec cette quantité d'entropie produite par chaque bactérie cellulaire à chaque génération. On peut aussi mettre en évidence l'indépendance de la quantité d'information ainsi définie et de la vitesse de l'évolution, par le fait qu'il faut exactement la même quantité d'informations pour « copier» une cellule par le processus de la reproduction que pour produire la première cellule par le processus de l' évolution.

On peut assimiler l'effet stabilisateur de ces formes intermédiaires qui affectent si puissamment l'évolution des formes complexes à l'effet impressionnant des catalyseurs sur les vitesses de réaction et sur la distribution homéostatique des produits d'une réaction dans un système ouvert.

Dans aucun de ces cas, le changement d'entropie ne nous fournit un guide pour prévoir le comportement du système.

Sur l'évolution des organismes multicellulaires

Il nous faut aussi considérer ici une quatrième objection à nos interprétations de la parabole des horlogers. Aussi convaincant que soit le modèle de l'évolution des systèmes atomiques et moléculaires, et même des organismes monocellulaires que nous fournit la métaphore, il ne semble pas qu'il s'adapte aussi bien à l'histoire des organismes multicellulaires. La métaphore implique que les systèmes complexes se forment par combinaisons d'ensembles de systèmes plus simples, mais ce n'est pas de cette façon que les systèmes multicellulaires ont évolué. Bien que les bactéries puissent avoir été produites par la fusion des mitochondries avec les cellules qu'elles habitaient, les organismes multicellulaires ont évolué par la multiplication et la spécialisation des cellules d'un seul système, plutôt que par la fusion de sous-systèmes antérieurement indépendants.

Craignant d'abandonner trop vite notre métaphore, nous pouvons observer que les systèmes qui évoluent par spécialisation présentent le même type de structures emboîtées. Par exemple un système digestif constitué d'une bouche, d'un larynx, d'un œsophage, d'un estomac, d'un intestin grêle et d'un gros intestin. Ou un système circulatoire constitué d'un cœur, d'artères, de veines et de capillaires. Système formé par assemblages, de la même façon que le sont les structures plus simples. La prochaine section de ce chapitre va discuter les systèmes quasi décomposables. Ce n'est peut-être pas la formation par assemblage de composants en tant que telle, mais la structure hiérarchique arborescente produite soit par assemblage, soit par spécialisation, qui constitue le potentiel d'une évolution rapide.

L'argument est que ce potentiel d'évolution rapide existe dans tous les systèmes complexes formés par un ensemble de sous-systèmes stables, chacun fonctionnant de façon presque indépendante des processus détaillés exercés par les autres sous-systèmes, influencé principalement par les seuls intrants et extrants de ces autres sous-systèmes. Si cette condition de quasi-décomposabilité est satisfaite, l'efficacité d'un composant (sa contribution à l'adaptativité de l'organisme) ne dépend pas des détails de la structure des autres.

Cependant, avant d'examiner cette proposition en détail, j'aimerais discuter brièvement quelques applications non biologiques de la parabole des horlogers pour mettre en valeur les avantages du paradigme des systèmes hiérarchiques-arborescents en d'autres circonstances.

Sur le raisonnement, considéré comme un processus de sélection naturelle

Le schéma hiérarchique-arborescent que nous rencontrons dans les processus de la sélection naturelle apparaît aussi dans les processus humains de raisonnement en résolution de problème, un domaine qui n'a pas de connexions évidentes avec l'évolution biologique. Considérons par exemple l'activité qui consiste à découvrir la preuve d'un théorème difficile. Ce processus peut être - et a souvent été - décrit comme l'exploration d'un labyrinthe. En partant d'axiomes et de théorèmes antérieurement démontrés, on tente diverses transformations autorisées par les règles des systèmes mathématiques, en vue d'obtenir de nouvelles expressions. Celles-ci sont à leur tour modifiées jusqu'à ce que, avec persévérance et bonne fortune, on découvre une séquence ou un itinéraire de transformations qui conduise au but.

Habituellement le processus met en œuvre nombre d'essais et d'erreurs. Divers itinéraires sont essayés; quelques-uns sont abandonnés, d'autres sont explorés plus avant. Avant qu'une solution ne soit trouvée, bien des itinéraires du labyrinthe auront été testés. Plus le problème est difficile et nouveau, plus grand sera vraisemblablement le nombre d'essais-erreurs nécessaires pour trouver une solution. Et pourtant chaque essai-erreur n'est pas entrepris au hasard ou à l'aveuglette. En fait, il est au contraire soigneusement sélectionné. Les nouvelles expressions qui sont obtenues par la transformation d'une expression donnée sont examinées pour vérifier si elles représentent un progrès en direction du but. L'indication d'un progrès incite à pousser plus avant l'exploration dans la même direction; l'absence de signaux révélant ce progrès incite à l'abandon de la ligne de recherche. La résolution des problèmes requiert des essais très sélectifs.

Un peu de réflexion révèle que les indications qui signalent un progrès jouent dans les processus de résolution de problème le même rôle que celui que jouent les formes intermédiaires stables dans les processus d'évolution biologique. En fait nous pouvons reprendre la parabole des horlogers et l'appliquer aussi bien à la résolution des problèmes. En résolution, un résultat partiel représentant un progrès identifiable vers le but joue le rôle d'un assemblage intermédiaire stable.

Supposons que la tâche à résoudre soit l'ouverture d'un coffre-fort dont la serrure est faite de 10 cadrans, chacun d'eux ayant 100 positions possibles numérotées de 0 à 99. Combien de temps faudrait-il pour ouvrir le coffre en recherchant le positionnement correct par essais-erreurs? Puisqu'il y a 100^10 positions possibles, nous pouvons espérer avoir en moyenne à en examiner la moitié avant de trouver la bonne - autrement dit 500 milliards de milliards de positions.

Supposons maintenant que le coffre-fort soit un peu défectueux: on entend un clic chaque fois qu'un des cadrans est sur la bonne position. Chaque cadran peut alors être ajusté indépendamment, et il ne sera plus nécessaire de le retoucher pendant que l'on ajuste les autre. Le nombre total de positions à essayer est alors de 10 x 50 soit 500. L'entreprise de l'ouverture du coffre-fort a été transformée par les indications qu'apportent les clics, de tâche quasi impossible en une action banale.

Nous avons appris beaucoup de choses au cours des trente dernières années sur la nature des labyrinthes qui représentent les activités habituelles du raisonnement humain - les démonstrations de théorèmes, les résolutions de combinaisons du type puzzle, les jeux d'échecs, les décisions d'investissement, les décisions d'équilibrage de chaînes, pour n'en mentionner que quelques-unes. Tout ce que nous avons appris sur ces labyrinthes met en évidence la même conclusion. Que le raisonnement humain, l'aptitude à la résolution des problèmes, de la plus maladroite à la plus perspicace, ne met rien d'autre en œuvre que des mélanges variés d'essais-erreurs et de sélectivité. La sélectivité découle d'elle-même de diverses règles empiriques, ou heuristiques, qui suggèrent les itinéraires à essayer d'abord et ceux qui peuvent être prometteurs. Nous n'avons pas besoin de postuler des processus plus sophistiqués que ceux impliqués par l'évolution organique pour expliquer comment les problèmes des immenses labyrinthes peuvent être articulés en problèmes de taille très raisonnable.

Les sources de la sélectivité

Si nous examinons les sources à partir desquelles découle la sélectivité des systèmes de résolution, ou plus généralement des systèmes évolutifs, nous découvrons que la sélectivité peut toujours être associée à quelque type de feedback d'informations issues de l'environnement.

Considérons d'abord le cas de la résolution de problèmes. On y trouve deux grands types de sélectivité. Nous avons déjà noté l'un d'eux: on essaie divers itinéraires, les conséquences de chacun d'eux sont examinées, et ces informations sont utilisées pour guider les recherches ultérieures. De la même façon, dans l'évolution organique, divers complexes apparaissent, fût-ce de façon éphémère, et ceux d'entre eux qui se révèlent stables apportent de nouvelles pierres en vue de constructions ultérieures. C'est cette information sur les configurations stables, et non l'énergie libre ou la nég-entropie solaire, qui guide le processus de l'évolution et qui apporte les critères de sélectivité indispensables pour expliquer sa rapidité.

La deuxième origine de la sélectivité en résolution de problème est l'expérience antérieure. Cela nous apparaît très clairement lorsque le problème à résoudre est similaire à celui qui a été résolu précédemment. Ainsi, en reprenant simplement les itinéraires qui ont conduit à la précédente solution, ou des itinéraires analogues, l'exploration par essais-erreurs est grandement réduite, voire totalement éliminée.

À quoi correspond ce dernier type d'informations en évolution organique? L'analogie la plus proche est la reproduction. Lorsque nous atteignons le niveau de l'autoreproduction, un système complexe, une fois achevé, peut se multiplier indéfiniment. La reproduction, en fait, permet la transmission héréditaire de caractéristiques acquises, au niveau bien sûr des matériaux génétiques. Autrement dit, seules les caractéristiques acquises par les gènes peuvent être transmises. Nous reviendrons sur cette question de la reproduction dans la dernière section de cet essai.

Sur les empires et sur leur construction

Nous n'avons pas épuisé toutes les catégories de systèmes complexes auxquels l'argument de la parabole des horlogers peut raisonnablement s'appliquer. Philippe assembla son empire macédonien et le donna à son fils, pour qu'il soit plus tard combiné par assemblages intermédiaires avec la Perse et quelques autres dans un plus grand système, celui d'Alexandre. À la mort d'Alexandre son empire ne s'effrita pas en poussière, mais se fragmenta en quelques sous-systèmes, ceux-là mêmes à partir desquels il avait été constitué.

L'argument de la parabole des horlogers implique que quiconque voudrait être Alexandre devrait être né dans un monde où les grands systèmes politiques stables existent déjà. Là où ces conditions n'étaient pas remplies, comme aux frontières des Scythes ou des Indes, Alexandre s'aperçut que la construction d'empire était une entreprise bien incertaine. De même, l'organisation par T. E. Lawrence de la révolte arabe contre les Turcs fut limitée par les particularités des plus grands blocs stables de construction dont il disposait: le séparatisme et la méfiance des tribus du désert.

Professionnellement, les historiens attachent plus d'importance à la validation d'un fait particulier qu'aux généralisations tendancieuses. Je briderai ici mon imagination et je leur laisserai le soin de décider si l'on peut tirer quelque chose pour l'interprétation historique d'une théorie abstraite des systèmes complexes arborescents.

Conclusion: l'explication évolutionniste de l'arborescence

Nous avons vu jusqu'ici que les systèmes complexes évoluent plus rapidement à partir des systèmes simples s'il existe des formes intermédiaires stables que s'il n'yen a pas. Dans le premier cas, les formes complexes résultantes seront de type hiérarchique-arborescent. Nous n'avons fait que considérer cet argument sous ses divers aspects pour expliquer la prédominance des arborescences dans l'ensemble des systèmes complexes que nous rencontrons dans la nature. Parmi toutes les formes complexes possibles, les formes de type « arborescence» sont celles qui ont le temps d'évoluer. L'hypothèse que la complexité sera arborescente ne justifie pas de distinction entre les arborescences très plates, comme les cristaux, les tissus et les polymères, et les formes intermédiaires, plus « pointues». En réalité, parmi les exemples de systèmes complexes que nous rencontrons dans la nature, ces deux formes dominent. Une théorie plus complète que celle que nous avons développée ici nous permettrait probablement d'avoir quelque chose à dire sur les facteurs affectant la largeur du « champ» de ces systèmes.